

申请上海交通大学博士学位论文

激光离化注入产生高品质电子束理论与数值模拟

论文作者 曾 明

学 号 0090729010

指导教师 盛政明教授，陈民特别研究员

专 业 等离子体物理

答辩日期 2015 年 6 月 9 日

Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Doctor
of Philosophy
in Plasma Physics

Theory and Simulation of Laser Ionization Injection for High Quality Electron Beams in Laser Wakefield Accelerators

MING ZENG

Supervisor

Prof. ZHENG-MING SHENG
Distinguished Researcher MIN CHEN

DEPARTMENT OF PHYSICS AND ASTRONOMY
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY
SHANGHAI, P.R.CHINA

June 9th, 2015

上海交通大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：_____

日 期：_____年 ____月 ____日

上海交通大学 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保 密 ，在 _____ 年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密 。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名： _____

指导教师签名： _____

日 期： _____年 ____月 ____日

日 期： _____年 ____月 ____日

激光离化注入产生高品质电子束理论与数值模拟

摘 要

激光等离子体加速器，或称作激光尾场加速器 (LWFA)，是利用能量密度极高、指向性好的激光脉冲与特定气体相作用时产生的等离子体加速结构，在毫米到厘米，甚至于米的尺度上将电子束加速到接近于光速，达到极高能量的装置。激光等离子体加速器与传统的射频加速器相比，有着加速梯度大，不受材料破坏电场阈值的限制等优点，从而具有比传统射频加速器更小，使用场合更加灵活等优点。虽然激光尾场加速器有着诸多优点，但由于激光器的发展瓶颈，和其本身加速结构微小导致控制不便等因素的限制，其加速得到的粒子束暂不能与传统加速器的输出粒子束相媲美。本文针对飞秒相对论强度的激光与等离子体相互作用时的激光尾场加速进行讨论，给出了离化注入情况下输出电子束能散控制的三种原创方法，克服了往常激光加速的输出电子束品质不高，特别是能散较大的问题，以期将这个新一代加速器推向实用。

本学位论文的组织方式如下。第一章将讨论飞秒相对论强度激光与稀薄等离子体相互作用的基本理论，空泡尾场加速结构，粒子注入和被捕获理论，过去数十年间人们所提出的各种注入方法以及它们的优劣，以及本文选择深入研究离化注入的原因。第二章首先讨论了以往离化注入的主要缺点，即能散过大的问题，以及说明解决此问题的方法是缩短有效注入长度。通过 PIC 模拟，这一章提出一种通过等离子体密度整形，特别是注入级前端密度上升沿整形对电子束能散进行优化的方案，当上升沿长度控制在 90 至 150 微米之间时，可以使得输出电子束能散达到 1% 到 2% 的范围。这一方法能降低能散的原因就是密度上升梯度可以控制空泡相速度，使得激光尾场处于上升沿末端时大量注入电子，其有效注入距离仅为 50 微米左右。第三章提出了离化注入自截止的方案，即利用激光束自聚焦效应将注入长度限制在数百微米量级，从而输出电子束能散可以被控制在 3% 左右。这一方法的要点是使用腰斑半径大于匹配半径的激光束，使得激光在等离子体中传输的过程中发生显著的自聚焦。当激光束自聚焦到光斑最小处附近，由于空泡结构的改变，离化注入可自动被抑制。我

们通过计算自聚焦发生的距离，即可得知有效注入长度；这个长度在一定的参数范围内与初始激光腰斑大小正相关。我们可在保持初始注入发生条件的情况下尽量选择较小的光斑，使得有效注入距离尽可能的短，于是电子束能散可以被有效降低；这一思路得到了模拟证实。第4章将展示利用双色激光色散激发间断的离化注入方案。其基本思想是利用基频光及其谐波在等离子体中相速度不同的特性，我们可以通过调整基频光和其谐波的强度，让高阶电离只在它们峰峰重叠的时候发生，而在峰谷重叠时不发生，于是高阶电离发生的区域呈间断分布，且每段电离注入区域的长度在 100 到 200 微米之间。文中也指出，最优化的基频光和其谐波的组成应该是采取方波傅立叶变换的前两级。使用这种方法，我们可以在一次激光打靶的过程中产生一束或者多束能散在 1% 以下的电子束。这个方案第一次给出了通过激光等离子体加速产生能量间隔可控的多束单能电子束方案，且在目前激光尾场加速已有的模拟研究之中此方案所得电子束能散为最小之一。第5章总结了全文，并对本论文所提出的方法进行了实验实现方法的说明。可以看到，尽管这些研究只是理论与模拟预测，但使用的参数条件都是目前实验室条件可以实现的，所以可以预期在数年内看到这些方法的实验验证。

关键词： 激光等离子体 激光尾场加速器 电子注入 激光离化电子注入 电子束能散

Theory and Simulation of Laser Ionization Injection for High Quality Electron Beams in Laser Wakefield Accelerators

ABSTRACT

The laser plasma accelerator, or called the laser wakefield accelerator (LWFA), is the equipment that utilizes the plasma acceleration structures created by the high energy density, good pointing quality lasers interacting with gases to accelerate electron beams to relativistic velocities in a millimeter or centimeter scale. Compared with the conventional radio-frequency (RF) accelerators, the LWFA have the advantages of higher acceleration gradients without the material breakdown limits, and thus have the advantages of smaller sizes and higher flexibilities. Although the LWFA has many advantages, the obtained particle beam qualities are not as good as that from the RF accelerators due to the limitation of laser facilities and the uncontrollable tiny acceleration structures of a LWFA. In this thesis, I would like to focus on the femtosecond relativistic intensity laser interaction with plasmas and the LWFA, and emphasis on a few original methods on output electron energy spread control to overcome the low quality problems of LWFAs. With these methods, we expect the applicable LWFAs finally come true in the near future.

The contents are organized as follows. In Chapter 1 we discuss the very basic theories of femtosecond relativistic intensity laser interaction with dilute plasmas, the bubble wakefield theory, the beam injection and trapping theory, the injection methods that has been proposed in the past few decades together with their advantages and drawbacks, and the reason we choose ionization-induced injections. In Chapter 2 we first discuss the main problem in the ionization-induced injections, that is the large energy spread, and point out the the solution is reducing the effective injection length. Through PIC simulations, I propose the plasma profile tailoring method, especially the

injector density up-ramp tailoring, to minimize the output electron beam energy spread to the range of 1% to 2% when the up-ramp length is between 90 μm to 150 μm . The mechanism of this method is that the injection is controlled by the up-ramp gradient. If the gradient is properly chosen, a large number of electrons can be injected into the wake at the end of the up-ramp, and the effected injection length is just around 50 μm . In Chapter 3 we show a method utilizing the laser beam self-focusing to limit the injection region in a few hundred micrometers, and minimize the output electron beam energy spread to 3%. The key point of this method is to use a larger laser waist size than the so-called matched spot size for laser beam and plasmas, so that the laser is greatly self-focused in the first few hundred micrometers in the plasma. When the laser beam reaches its minimal size due to self-focusing, the wake deforms and the injection is suppressed automatically. By calculating the self-focusing length, we can estimate the effective injection length, which is positively correlated with the initial laser waist radius in a given parameter range. We can optimize the output electron beam energy spread by choosing a relatively small laser waist while keeping the initial injection condition been satisfied. This is verified by simulations. In Chapter 4 we present a even more exciting method which uses dual-color lasers to trigger ionization-induced injections in separated regions. Since the phase velocities of a base frequency laser and its harmonic are different, if we adjust their amplitude so that the high-order ionizations are triggered on when their peaks overlaps, and triggered off when one peak meets the valley of the other. The effective ionization-induced injection regions are separated with each length of 100 μm to 200 μm . We also point out that the optimal combination is the first two Fourier components of a square wave. With this method, single or multiple sub percent energy spread electron beams can be produced in a single shoot. This is the first time in LWFA studies to obtain controllable energy gaps of electron beams, with each electron beam quality among the best in the world. Chapter 5 concludes the whole thesis, and provide practical guides for the experimental realizations.

KEY WORDS: laser plasmas, laser wakefield accelerator, electron injections, ionization-induced injections, electron beam energy spread

目 录

摘要	i
ABSTRACT	iii
目录	v
主要符号对照表	vii
第一章 概论	1
1.1 最简单的强激光作用下的带电粒子动力学	2
1.2 强激光作用下的稀薄等离子体动力学	4
1.3 激光在稀薄等离子体中的传输	8
1.4 激光尾场加速器背景与基本概念	9
1.5 空泡尾场加速结构	12
1.6 尾场中的电子注入与捕获	17
第二章 等离子体密度包络裁剪与电离注入优化	23
2.1 电离注入基本模型	23
2.2 单级激光加速的基本模拟	25
2.3 两级加速以及等离子体密度包络裁剪	29
2.4 小结	33
第三章 激光尾波场电离注入自截止	35
3.1 激光在等离子体中的自聚焦传输	35
3.2 激光在等离子体中自引导的匹配光斑半径	37
3.3 非匹配条件下的电离注入自截止现象及机制	38
3.4 有效注入距离的优化及高品质电子束产生	43
3.5 小结	44

第四章 双色激光诱导电离注入产生多束单能电子束	47
4.1 双色激光传输演化模型以及优化参数的选择	48
4.2 类方波双色激光间断电离注一维模拟	52
4.3 类方波双色激光间断电离注多维效应及其模拟	55
4.4 小结	58
第五章 总结与展望	59
附录 A 激光光强, 功率, 以及相对论自聚焦	63
参考文献	71
简历	87
致谢	89
攻读学位期间发表的学术论文目录	91

主要符号对照表

e	基本电量
m_e	电子的静止质量
c	真空中的光速
ϵ_0	真空介电常数
μ_0	真空磁导率
\vec{A}	满足洛伦茨规范的电磁场矢势
φ	电磁场标势

带上角帽标志的代表物理量的无量纲化，比如若假设时间的量纲为 ω_0^{-1} ，其中 ω_0 为某一参考激光的角频率，则时间 t 无量纲化后的结果为 $\hat{t} \equiv t/\omega_0^{-1}$ 。下面列出一些物理量的国际单位制 (SI) 下的量纲作为本文所需无量纲化的参考。

表 0-1 物理量及其参考量纲

名称	符号	量纲	名称	符号	量纲
电量	q	e	质量	m	m_e
时间	t	ω_0^{-1}	距离或长度	x, y, z, L	c/ω_0
角频率	ω	ω_0	波数	k	ω_0/c
速度	v	c	动量	p	$m_e c$
能量或功	ϵ, W	$m_e c^2$	矢势的大小	A	$m_e c/e$
标势	φ	$m_e c^2/e$	电场	E	$m_e c \omega_0/e$
磁场	B	$m_e \omega_0/e$	力	F	$m_e c \omega_0$
数密度	n	$\epsilon_0 m_e \omega_0^2/e^2$			

第一章 概论

激光等离子体相互作用的研究起始于 20 世纪中叶，其发展的动力源自对激光驱动的高能高密物质状态的探索，以及相关潜在的巨大应用前景，如激光武器，激光驱动的热核反应等。最初由于技术限制，激光强度仅能部分电离气体分子和原子使其成为等离子体，对等离子体的作用特征时间一般在皮秒尺度。而 20 世纪 70 年代出现的啁啾脉冲光放大 (Chirped Pulse Amplification, 简称 CPA) 技术使得激光光强跨越了瓶颈迅速增长，同时激光脉宽缩短至飞秒尺度。物质在强激光作用下会发生丰富的物理过程。激光强度由低到高，首先是光强达到 10^{14} W/cm^2 时，绝大多数原子的外层电子将发生电离，形成离子、电子混合状态，而整体呈电中性的等离子体。在这种强度下，激光与原本中性的气体相互作用即可发生许多非线性光学现象，如受激拉曼散射 (Stimulated Raman Scattering, 简称 SRS) 和受激布里渊散射 (Stimulated Brillouin Scattering, 简称 SBS) 等。当光强达到或超过相对论光强时，由于激光可以直接驱动 (见章节 1.1)，或以有质动力形式间接驱动 (见章节 1.2 以及式 (1-34)) 等离子中的电子，背景等离子体电子的密度和相对论质量发生显著涨落，使得激光等离子体相互作用进入高度非线性阶段。相对论光强指在一个激光周期内使得电子速度接近光速的激光强度，根据章节 1.1 的讨论，这个光强约为 10^{18} W/cm^2 的量级。在这个强度下，众多的高度非线性效应逐渐显现，比如非线性频移 (包括光子加速或减速，光频展宽或频域分裂效应等)，激光时域分裂 (激光在等离子中的自调制)，空域分裂 (激光在等离子中成丝，或自建通道与自引导)，以及激光尾场捕获并加速电子等现象。这种强度的激光与高能带电粒子束相互作用时产生的 X 射线以及 γ 射线则可以广泛应用于科学研究以及工业、医用、商业领域。在光强进一步增强，达到 $10^{22} \sim 10^{24} \text{ W/cm}^2$ 时，电子将在单个光周期内被加速到接近质子的质量。这种情况下激光与等离子相互作用进入量子电动力学范畴，可以应用于极端条件物理研究，比如正负电子对产生，以及光致核反应等。如今光强达到或超过 10^{18} W/cm^2 的激光装置已可以商业化生产并广泛应用；已建成的最强激光装置可以达到峰值光强 10^{22} W/cm^2 ；而由欧盟投资建设的世界最强激光装置 ELI (Extreme Light Infrastructure) 的设计峰值光强为 $10^{23} \sim 10^{24} \text{ W/cm}^2$ ，处于激光量子电动力学阈

值附近。本论文所讨论的激光尾场加速器所用的激光光强范围涵盖 10^{18} W/cm^2 至 10^{22} W/cm^2 ，即已经超过相对论光强阈值，但还未达到激光量子电动力学强度。产生这样强度的激光器技术已日趋完善，实验结果的稳定性正逐渐提高；特别是激光尾场加速器已经能在厘米量级的加速距离上将电子加速至千兆电子伏特的量级。由于这种加速器体积小，造价较低，如果我们能够进一步提高其输出电子束的品质，无论是将其直接作为粒子源还是连接波荡器或者摇摆器成为超亮的下一代同步辐射光源，都将给我们社会带来新的科技革命。

1.1 最简单的强激光作用下的带电粒子动力学

首先我们来看带电粒子在洛伦兹力作用下的相对论性的牛顿方程：

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{p}}{dt} &= q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \\
 &= q \left[-\partial_t \vec{A} - \nabla\varphi + \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) \right] \\
 &= q \left(-\partial_t \vec{A} - \nabla\varphi + \nabla\vec{A} \cdot \vec{v} - \vec{v} \cdot \nabla\vec{A} \right) \\
 &= -q \frac{d\vec{A}}{dt} + q \left(\nabla\vec{A} \cdot \vec{v} - \nabla\varphi \right),
 \end{aligned} \tag{1-1}$$

其中用到了关系

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla. \tag{1-2}$$

式 (1-1) 也可写为

$$d_t \left(\vec{p} + q\vec{A} \right) = q(\nabla\vec{A} \cdot \vec{v} - \nabla\varphi). \tag{1-3}$$

为了方便起见，我们需要把度量物理量的单位选择到合适的尺度。在本节研究的强激光与单电子作用的问题之中，时间单位选为 ω_0^{-1} ，其中 ω_0 为参考激光的角频率，距离单位选为 c/ω_0 ，其中 c 为真空中的光速。动量单位选为 $m_e c$ ，其中 m_e 为电子的静止质量，能量单位选为 $m_e c^2$ 。在下面的讨论中我们用这一套单位约简过后的表达式十分简洁明了。这样的处理称为无量纲化或者归一化。本论文中用带角帽的字母代表无量纲化后的物理量，即 $t = \hat{t}\omega_0^{-1}$ ， $x = \hat{x}c/\omega_0$ ， $p = \hat{p}m_e c$ 等。为了消去推导过程中出现的常量，我们进一步将更多的物理量进行无量纲化，选取 q 的单位为 e （基本电量）， m 的单位为 m_e

(静止电子质量), \vec{A} 的单位为 $m_e c/e$, \vec{v} 的单位为 c , φ 的单位为 $m_e c^2/e$ (更多的物理量的单位量纲可参考表 0-1), 上述等式可以转化为

$$d_t (\hat{p} + \hat{q}\hat{A}) = \hat{q} (\hat{\nabla}\hat{A} \cdot \hat{v} - \hat{\nabla}\hat{\varphi}). \quad (1-4)$$

虽然此处看不出这样转化的任何好处, 我们将在后文中看到无量纲化后的简便之处。

对式 (1-4) 两边取旋度, 则右边变为 0, 即 $\hat{\nabla} \times (\hat{p} + \hat{q}\hat{A})$ 为不变量。再根据一般情况, 假设在激光到来之前这个不变量为 0, 则可得到

$$\hat{\nabla} \times \hat{p} = -\hat{q}\hat{\nabla} \times \hat{A} = -\hat{q}\hat{B}. \quad (1-5)$$

下面我们假设空间中只有一个带电粒子和一个激光场 (在其他场足够弱的情况下也可以适用之后得到的结论), 且激光场近似为无限平面波 (在激光场包络变化的特征尺度远大于电子运动区域时适用)。将矢量等式 (1-4) 分解为纵向 (沿激光传播正向, 设为 z 方向) 和横向 (垂直于激光传播方向, 即 $x-y$ 平面, 用 \perp 表示), 其中横向等式为

$$d_t (\hat{p}_\perp + \hat{q}\hat{A}_\perp) = \hat{q} (\hat{\nabla}_\perp \hat{A} \cdot \hat{v} - \hat{\nabla}_\perp \hat{\varphi}) = 0. \quad (1-6)$$

等式右边为 0 是源于平面波假设。又假设在激光来到之前, 粒子处于静止状态, 得到横向动量和激光矢势的关系

$$\hat{p}_\perp = -\hat{q}\hat{A}_\perp. \quad (1-7)$$

此式说明带电粒子的横向运动, 在激光振荡的尺度上, 与激光的矢势有正比关系。对于电子来说, $\hat{q} = -1$, 而电子横向速度与光速可比拟的条件为 $|\hat{p}_\perp| \gtrsim 1$, 则对应的激光矢势要求为 $|a_0| \gtrsim 1$, 其中 a_0 为 $|\hat{A}_\perp|$ 的峰值。根据附录 A 的讨论, 尤其是式 (A-4), 我们可以定义相对论阈值功率为 $I [\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}] \times \lambda_0 [\mu\text{m}]^2 = 1.37 \times 10^{18}$ 。对于通常所用的波长为微米量级的激光

来说, 相对论阈值功率即为 10^{18} W/cm^2 的量级。而式 (1-4) 的纵向为

$$\begin{aligned}
 \mathbf{d}_t \hat{p}_z &= \hat{q} \left(\partial_z \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{v}} - \partial_z \hat{\varphi} \right) \\
 &= \hat{q} \partial_z \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{v}}_{\perp} \\
 &= \frac{\hat{q}}{\hat{m}\gamma} \partial_z \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{p}}_{\perp} \\
 &= -\frac{\hat{q}^2}{\hat{m}\gamma} \partial_z \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \\
 &= -\frac{\hat{q}^2}{2\hat{m}\gamma} \partial_z \left(\hat{\mathbf{A}}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{A}}_{\perp} \right),
 \end{aligned} \tag{1-8}$$

其中 \hat{m} 为无量纲的粒子静止质量。我们用到了上面所做假设的推论 $A_z = 0$, $\varphi = 0$, 以及式 (1-7)。此式说明带电粒子的纵向运动, 在激光振荡的尺度上, 与激光矢势的平方有密切关系。若假设在少数激光振荡周期内, γ 变化不大, 则可推论得带电粒子的纵向运动主要为两倍激光频率。

1.2 强激光作用下的稀薄等离子体动力学

从式 (1-8) 可以看到, 带电粒子的纵向运动与激光矢势平方的空间导数成正比。接下来我们将这一结论推广, 得到带电粒子的运动和激光矢势的整体联系, 即推导稀薄等离子体物理中的有质动力 (ponderomotive force) [1, 2]。

需要说明的是, 此节中我们不需要上节那样强限制的假设, 只需假设单一激光为唯一外在驱动力 (向 $z+$ 方向运动), 和两个能够区分的尺度:

- 激光包络变化的尺度 (λ_p) 足够大于激光振荡尺度 (λ_L), 即 $\lambda_p \gg \lambda_L$;
- 背景场变化尺度 (λ_B) 足够大于激光振荡尺度, 即 $\lambda_B \gg \lambda_L$ 。

这两个假设允许了激光具有纵向或者横向包络, 也允许了背景等离子体或者背景场的存在。当激光非少周期激光, 且横向尺度不太小时, 第一个条件能够得到满足。当背景为稀薄等离子体时, 第二个条件能够得到满足。

首先推导一个不变量 $\hat{m}\gamma - \hat{p}_z + \hat{q} \left(\hat{\varphi} - \hat{A}_z \right)$ 。在式 (1-1) 第一个等号两边同时点乘 $\hat{\mathbf{p}}$

$$\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{d}_t \hat{\mathbf{p}} = \hat{q} \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{E}} + \hat{q} \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{B}}, \tag{1-9}$$

左边 = $\frac{1}{2} \mathbf{d}_i \hat{p}^2 = \frac{1}{2} \hat{m}^2 \mathbf{d}_i \gamma^2 = \hat{m}^2 \gamma \mathbf{d}_i \gamma$, 右边 = $\hat{q} \hat{m} \gamma \hat{v} \cdot \hat{E}$, 故

$$\begin{aligned} \hat{m} \mathbf{d}_i \gamma &= \hat{q} \hat{v} \cdot \hat{E} \\ &= -\hat{q} \hat{v} \cdot \left(\partial_i \hat{A} + \nabla \hat{\varphi} \right) \\ &= -\hat{q} \partial_i \hat{A} \cdot \hat{v} + \hat{q} \partial_i \hat{\varphi} - \hat{q} \mathbf{d}_i \hat{\varphi}. \end{aligned} \quad (1-10)$$

上式也可理解为能量的时间导数等于电场做功速率 (磁场不做功)。同时我们写出式 (1-4) 的纵向分量

$$\mathbf{d}_i \left(\hat{p}_z + \hat{q} \hat{A}_z \right) = \hat{q} \left(\partial_z \hat{A} \cdot \hat{v} - \partial_z \hat{\varphi} \right), \quad (1-11)$$

将式 (1-11) 减去式 (1-10) 可得

$$\mathbf{d}_i \left(\hat{p}_z + \hat{q} \hat{A}_z - \hat{m} \gamma \right) = \hat{q} (\partial_z + \partial_i) \hat{A} \cdot \hat{v} - \hat{q} (\partial_z + \partial_i) \hat{\varphi} + \hat{q} \mathbf{d}_i \hat{\varphi}, \quad (1-12)$$

简化得

$$\mathbf{d}_i \left(\hat{p}_z + \hat{q} \hat{A}_z - \hat{m} \gamma - \hat{q} \hat{\varphi} \right) = \hat{q} (\partial_z + \partial_i) \hat{A} \cdot \hat{v} - \hat{q} (\partial_z + \partial_i) \hat{\varphi}. \quad (1-13)$$

由于已假设激光向 $z+$ 方向运动, 激光本身和任何响应场能够满足 $\partial_z + \partial_i \ll 1$, 于是

$$\mathbf{d}_i \left(\hat{p}_z + \hat{q} \hat{A}_z - \hat{m} \gamma - \hat{q} \hat{\varphi} \right) = 0. \quad (1-14)$$

再由初始条件可确定该不变量

$$\hat{p}_z + \hat{q} \hat{A}_z = \hat{m} (\gamma - 1) + \hat{q} \hat{\varphi}. \quad (1-15)$$

在式 (1-4) 中, 我们对物理量做高低频分量的分离, 用下标 “1” 代表物理量的高频部分, 其在 λ_L 尺度有显著变化, 用下标 “0” 代表物理量的低频部分, 其在 λ_L 尺度无显著变化 (其变化的尺度为 λ_P 或 λ_B), 比如

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{A}_0 + \hat{A}_1 = \hat{A}_0 + \hat{A}_{1\perp}, \\ \hat{\varphi} &= \hat{\varphi}_0, \\ \hat{p} &= \hat{p}_0 + \hat{p}_1, \\ \gamma &= \gamma_0 + \gamma_1, \end{aligned} \quad (1-16)$$

等, 其中 $\hat{A}_{1z} = 0$, $\hat{\varphi}_1 = 0$ 易由之后结论自洽得出。先看式 (1-4) 的横向高频部分, 对于未被捕获的粒子来说, 其速度远小于光速, $\mathbf{d}_i = \partial_i + \hat{v} \cdot \hat{\nabla} \approx -\partial_z + \hat{v}_z \partial_z + \hat{v}_\perp \cdot \hat{\nabla}_\perp \sim 1$, $\hat{\nabla}_\perp \ll 1$, 即相对于高频项的纵向导数来说, 横向导数可忽略不计

$$\mathbf{d}_i \left(\hat{p}_{1\perp} + \hat{q} \hat{A}_{1\perp} \right) = 0, \quad (1-17)$$

由此我们继续假设在激光到来之前粒子处于静止状态, 可得类似式 (1-7) 的结论

$$\hat{p}_{1\perp} = -\hat{q} \hat{A}_{1\perp}. \quad (1-18)$$

然后再看式 (1-4) 的横向低频部分。先将式 (1-4) 的横向部分按高低频分量展开, 两边同乘以 $\hat{m}\gamma$

$$\begin{aligned} & \left(\hat{m}\gamma \partial_i + \hat{p} \cdot \hat{\nabla} \right) \left(\hat{p}_{0\perp} + \hat{q} \hat{A}_{0\perp} \right) \\ & = \hat{q} \left(\hat{\nabla}_\perp \hat{A}_0 \cdot \hat{p}_0 + \gamma \hat{\nabla}_\perp \hat{A}_1 \cdot \hat{p}_0 + \gamma \hat{\nabla}_\perp \hat{A}_0 \cdot \hat{p}_1 + \hat{\nabla}_\perp \hat{A}_{1\perp} \cdot \hat{p}_1 - \hat{m}\gamma \hat{\nabla}_\perp \hat{\varphi}_0 \right), \end{aligned} \quad (1-19)$$

低频分量等式可由等式在 λ_L 尺度上做平均 (用上划线表示) 得到。高频分量在 λ_L 尺度上做平均为 0, 低频分量在 λ_L 尺度上做平均保持不变, 故等式 (1-19) 的低频分量为

$$\begin{aligned} & \left(\hat{m}\gamma_0 \partial_i + \hat{p}_0 \cdot \hat{\nabla} \right) \left(\hat{p}_{0\perp} + \hat{q} \hat{A}_{0\perp} \right) \\ & = \hat{q} \left(\hat{\nabla}_\perp \hat{A}_0 \cdot \hat{p}_0 + \overline{\hat{\nabla}_\perp \hat{A}_{1\perp} \cdot \hat{p}_1} - \hat{m}\gamma_0 \hat{\nabla}_\perp \hat{\varphi}_0 \right) \\ & = \hat{q} \left(\hat{\nabla}_\perp \hat{A}_0 \cdot \hat{p}_0 - \frac{\hat{q}}{2} \hat{\nabla}_\perp \overline{|\hat{A}_{1\perp}|^2} - \hat{m}\gamma_0 \hat{\nabla}_\perp \hat{\varphi}_0 \right), \end{aligned} \quad (1-20)$$

定义 $\hat{v}_0 \equiv \hat{p}_0 / (\hat{m}\gamma_0)$ (注意 $\hat{v}_0 \neq \bar{\hat{v}}$), 上式简化为

$$\left(\partial_i + \hat{v}_0 \cdot \hat{\nabla} \right) \left(\hat{p}_{0\perp} + \hat{q} \hat{A}_{0\perp} \right) = \hat{q} \hat{\nabla}_\perp \hat{A}_0 \cdot \hat{v}_0 - \frac{\hat{q}^2}{2\hat{m}\gamma_0} \hat{\nabla}_\perp \overline{|\hat{A}_{1\perp}|^2} - \hat{q} \hat{\nabla}_\perp \hat{\varphi}_0. \quad (1-21)$$

为了确定 γ_0 , 利用

$$\hat{m}^2 \gamma^2 = \hat{m}^2 + |\hat{p}_\perp|^2 + \hat{p}_z^2, \quad (1-22)$$

将其两边在 λ_L 尺度上做平均

$$\begin{aligned}\hat{m}^2 \overline{\gamma^2} &= \hat{m}^2 + \overline{|\hat{p}_{0\perp} - \hat{q}\hat{A}_{1\perp}|^2} + \overline{\hat{p}_z^2} \\ &= \hat{m}^2 + \overline{|\hat{p}_{0\perp}|^2} + \overline{|\hat{q}\hat{A}_{1\perp}|^2} + \overline{\hat{p}_z^2}.\end{aligned}\quad (1-23)$$

由式 (1-15) 中 \hat{A}_z 与 $\hat{\varphi}$ 不含高频项可推得 $\hat{m}\gamma - \hat{p}_z = \hat{m}\gamma_0 - \hat{p}_{0z}$, 即

$$\hat{m}(\gamma - \gamma_0) = \hat{p}_z - \hat{p}_{0z}, \quad (1-24)$$

两边平方后在 λ_L 尺度上做平均, 即得

$$\hat{m}^2 (\overline{\gamma^2} - \gamma_0^2) = \overline{\hat{p}_z^2} - \hat{p}_{0z}^2, \quad (1-25)$$

再联合式 (1-23) 可得

$$\begin{aligned}\hat{m}^2 \gamma_0^2 &= \hat{m}^2 + \overline{|\hat{p}_{0\perp}|^2} + \overline{|\hat{q}\hat{A}_{1\perp}|^2} + \hat{p}_{0z}^2 \\ &= \hat{m}^2 + \overline{|\hat{p}_{0\perp}|^2} + \hat{q}^2 \frac{\hat{A}_L^2}{2} + \hat{p}_{0z}^2,\end{aligned}\quad (1-26)$$

其中 \hat{A}_L 为线偏振激光矢势包络。

最后是写出低频项的纵向方程。将式 (1-4) 纵向部分两边同乘以 $\hat{m}\gamma$

$$\left(\hat{m}\gamma\partial_t + \hat{p}_z\partial_z + \hat{p}_\perp \cdot \hat{\nabla}_\perp\right) \left(\hat{p}_z + \hat{q}\hat{A}_z\right) = \hat{q}\partial_z \hat{A} \cdot \hat{p} - \hat{q}\hat{m}\gamma\partial_z \hat{\varphi}, \quad (1-27)$$

由等式 (1-15) 以及 $\partial_z \approx -\partial_t$ 可以看出 $\hat{m}\gamma\partial_t + \hat{p}_z\partial_z$ 只包含低频项, 即 $\hat{m}\gamma\partial_t + \hat{p}_z\partial_z = \hat{m}\gamma_0\partial_t + \hat{p}_{0z}\partial_z$ 。而

$$\begin{aligned}\hat{p}_\perp \cdot \hat{\nabla}_\perp \left(\hat{p}_z + \hat{q}\hat{A}_z\right) &= \hat{p}_{0\perp} \cdot \hat{\nabla}_\perp \left(\hat{p}_{0z} + \hat{q}\hat{A}_{0z}\right) + \hat{p}_{1\perp} \cdot \hat{\nabla}_\perp \left(\hat{p}_{0z} + \hat{q}\hat{A}_{0z}\right) \\ &\quad + \hat{p}_{0\perp} \cdot \hat{\nabla}_\perp \hat{p}_{1z} + \hat{p}_{1\perp} \cdot \hat{\nabla}_\perp \hat{p}_{1z},\end{aligned}\quad (1-28)$$

上式在 λ_L 尺度上做平均后右边第一项保持不变, 第二、三项由于只有高频项而变为 0, 第四项由于 $\hat{p}_{1\perp}$ 为激光频率, 而 \hat{p}_{1z} 主要为两倍激光频率同样变为 0。于是式 (1-27) 在 λ_L 尺度上做平均后的结果为

$$\begin{aligned}&\left(\hat{m}\gamma_0\partial_t + \hat{p}_{0z}\partial_z + \hat{p}_{0\perp} \cdot \hat{\nabla}_\perp\right) \left(\hat{p}_{0z} + \hat{q}\hat{A}_{0z}\right) \\ &= \hat{q}\partial_z \hat{A}_0 \cdot \hat{p}_0 + \overline{\hat{q}\partial_z \hat{A}_1 \cdot \hat{p}_1} - \hat{q}\hat{m}\gamma_0\partial_z \hat{\varphi}_0 \\ &= \hat{q}\partial_z \hat{A}_0 \cdot \hat{p}_0 - \frac{\hat{q}^2}{2} \partial_z \overline{|\hat{A}_1|^2} - \hat{q}\hat{m}\gamma_0\partial_z \hat{\varphi}_0,\end{aligned}\quad (1-29)$$

两边同除以 $\hat{m}\gamma_0$ 后化简得

$$\left(\partial_t + \hat{v}_0 \cdot \hat{\nabla}\right) \left(\hat{p}_{0z} + \hat{q}\hat{A}_{0z}\right) = \hat{q}\partial_z \hat{A}_0 \cdot \hat{v}_0 - \frac{\hat{q}^2}{2\hat{m}\gamma_0} \partial_z \overline{|\hat{A}_{1\perp}|^2} - \hat{q}\partial_z \hat{\varphi}_0. \quad (1-30)$$

将式 (1-21) 与 (1-30) 合并即得在强激光作用下稀薄等离子体的低频运动方程

$$\left(\partial_t + \hat{v}_0 \cdot \hat{\nabla}\right) \left(\hat{p}_0 + \hat{q}\hat{A}_0\right) = \hat{q}\hat{\nabla}\hat{A}_0 \cdot \hat{v}_0 - \frac{\hat{q}^2}{2\hat{m}\gamma_0} \hat{\nabla} \overline{|\hat{A}_{1\perp}|^2} - \hat{q}\hat{\nabla}\hat{\varphi}_0. \quad (1-31)$$

若定义低频的电磁场（即稀薄等离子体产生的场）为

$$\begin{aligned} \hat{E}_0 &= -\partial_t \hat{A}_0 - \hat{\nabla}\hat{\varphi}_0, \\ \hat{B}_0 &= \hat{\nabla} \times \hat{A}_0, \end{aligned} \quad (1-32)$$

式 (1-31) 可写为

$$\left(\partial_t + \hat{v}_0 \cdot \hat{\nabla}\right) \hat{p}_0 = \hat{q}\hat{E}_0 + \hat{q}\hat{v}_0 \times \hat{B}_0 - \frac{\hat{q}^2}{2\hat{m}\gamma_0} \hat{\nabla} \overline{|\hat{A}_{1\perp}|^2}, \quad (1-33)$$

即稀薄等离子体的低频运动由等离子体自身产生的电磁场和有质动力

$$\hat{F}_p \equiv -\frac{\hat{q}^2}{2\hat{m}\gamma_0} \hat{\nabla} \overline{|\hat{A}_{1\perp}|^2} = -\frac{\hat{q}^2}{4\hat{m}\gamma_0} \hat{\nabla} \hat{A}_L^2 \quad (1-34)$$

驱动，其中 γ_0 由式 (1-26) 计算， \hat{A}_L 为线偏振激光矢势包络。

1.3 激光在稀薄等离子体中的传输

等离子体因电子相对于正电背景分离而产生的电荷涨落振动具有本征频率 $\omega_p = (n_p e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ ，其中 n_p 为等离子体密度（实际上是等离子体中的自由电子平均密度）。同时我们可以定义一个参考激光频率 ω_0 所对应的密度 n_0 ，满足 $\omega_0 = (n_0 e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ 。根据前两节的结论，由于离子质量远大于电子，激光对离子的作用效果远小于对电子的作用效果，故下面我们忽略离子的运动，麦克斯韦方程组可简化为矢势与标势（满足洛伦茨规范）的传播方程

$$\begin{aligned} \left(\hat{\nabla}^2 - \partial_t^2\right) \hat{A} &= \hat{n} \frac{\hat{p}}{\gamma}, \\ \left(\hat{\nabla}^2 - \partial_t^2\right) \hat{\varphi} &= \hat{n} - \hat{n}_p, \end{aligned} \quad (1-35)$$

其中密度无量纲化到单位 n_0 。在准一维（光斑足够大，即 $\hat{\nabla}_\perp \sim 0$ ），线性（ $|\hat{A}| \ll 1$ ， $\gamma \approx 1$ ，且 $\hat{n} \approx \hat{n}_p = \hat{\omega}_p^2$ ）条件下，方程组 (1-35) 的第一式可变为色散方程

$$-\hat{k}^2 + \hat{\omega}^2 = \hat{\omega}_p^2, \quad (1-36)$$

其中 $\hat{\omega} \equiv \omega/\omega_0$ 为无量纲的激光频率。转换为有量纲的量，即 $\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$ 。由此色散关系我们可知，当 $\omega > \omega_p$ 时激光可在等离子体中传输，而当 $\omega < \omega_p$ 时 k 为虚数，激光在进入等离子体后会迅速衰减。故我们可定义临界密度 n_c ，满足 $\omega = (n_c e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ ，当 $n_p < n_c$ 时激光可在等离子体中传输，当 $n_p > n_c$ 时则不可。上节所描述的“稀薄等离子体”，用物理语言可定义为满足 $n_p \ll n_c$ 的等离子体。

在稀薄等离子体中，由线性色散关系可推得线性情况下的激光相速度和群速度

$$\begin{aligned} \hat{v}_\phi = \frac{\hat{\omega}}{\hat{k}} &= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \\ \hat{v}_g = \frac{d\hat{\omega}}{d\hat{k}} = \frac{\hat{k}}{\hat{\omega}} &= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (1-37)$$

可以看到在满足稀薄等离子的条件下，激光频率越小，则其相速度越大。第四章将展示这一结论一个有趣的应用。

1.4 激光尾场加速器背景与基本概念

激光尾场加速器的概念最早由 Toshiki Tajima 及 John Myrick Dawson 共同在 1979 年发表于《物理评论快报》(Physical Review Letters) 上的一篇论文提出 [3]。当时人们已经在激光驱动的热核聚变领域研究了数十年，激光作用下的定向电子加速被认为是应该克服的现象。但 Tajima 和 Dawson 从另一个角度去看待这个现象，提出用较短、较强的激光驱动等离子尾波作为加速结构，用以加速电子。之后由于激光器发展的限制，激光加速的研究进展缓慢，其过程中还有激光拍频波加速等概念提出 [4, 5]。直到 2004 年，三个独立的研究小组在改善了激光条件后，几乎同时在《自然》上发表了最新的研究成果，利用激光等离子体加速的概念获得了准单能的电子束，相对于之前的研究成果，粒子

束品质有了很大的提升 [6–8]。这在当时被称作梦之束 (Dream Beam)。之后激光等离子体加速器的研究进入高速发展期。目前已经能产生的粒子束能量可达 10 MeV 至 2 GeV，能散可达 100% 至 1%，电量可达 0.1 pC 至 1 nC，发射度可达 $100 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 至 $0.01 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 。如今，激光等离子体加速器研究已经进入寻找更优质的注入方法，以获得更好的电子束品质以及重复率的阶段。

粒子加速器从诞生之初就被赋予了一个使命：用来探寻构成物质世界的最基本单元。当代的粒子加速器大都是在射频腔中注入微波，形成加速模式来加速其中的带电粒子。这类加速器用固体材料做腔壁，由于材料的破坏电场阈值，加速梯度仅为 10 MeV/m 量级。比如位于美国加州的斯坦福电子直线加速器 (SLAC)，将电子加速到 23 GeV 需要 2 km 长的加速管道。或是用环形加速管道，由于同步辐射导致的能量损失，如果要将粒子加速到高能，环形加速器需要尽可能大的半径。比如目前世界上最大的加速器，大型强子对撞机 (LHC)，将粒子加速到 5 TeV 需要 27 km 周长的环形加速腔。庞大的装置和巨额的花费限制了这类加速器的发展和应用范围。激光等离子体加速器的诞生就是为了解决这个问题。由于激光等离子体加速器的加速介质为等离子体，其能承受的破坏电场阈值（波破阈值）为 10 GeV/m 量级，比固体材料的破坏阈值高了三个量级，故其加速梯度相比传统加速器可以提高三个量级。也就是说，若要将带电粒子加速到传统加速器所能达到的加速能量，激光等离子加速器将比传统加速器小三个量级。无论是对于加速器成本，还是应用广度来说，这一点都是十分有利的。所以说激光等离子体加速器极有可能成为取代传统加速器的下一代加速装置。

传统的加速器，也称为射频加速器，一般是在金属材料制作的波导内注入微波和带电粒子，使得其内部产生纵向加速电场以及横向聚焦电磁场来加速带电粒子。这样的加速电场不可能无限大。由于金属材料具有有限的破坏阈值，传统加速的加速梯度一般在 10 MeV/m 的量级；过大的电场会击穿腔壁材料。而等离子体加速器则没有固定的腔壁，其加速结构的是由可认为静止不动的正电背景和高速运动的等离子体电子壳组成，这一结构并不稳定存在，而是跟随接近光速运动的驱动源（可以是带电粒子束或者激光脉冲，本文中一般是指激光脉冲）一起运动，即可以认为等离子体加速器的“腔壁”为具有惯性的电子。这一“腔壁”所能够承受的电场是巨大的，其线性理论上限为线性波破阈值 $E_0 = c m_e \omega_p / e$ ，或者写为 $E_0 [\text{V/m}] \approx 96 \sqrt{n_p [\text{cm}^{-3}]}$ ，即对于通常加速所用的实验室等离子体密度 10^{18} cm^{-3} 来说，加速电场可高达 10 GeV/m，比传统加

速器整整高出三个数量级 [9–11]。对于非线性（驱动源强度较高）的等离子体加速器来说，这个加速梯度可以更大 [12]。

在激光尾场加速的概念提出初期，激光的脉宽远大于与等离子体密度相匹配的脉宽。这里匹配的脉宽指相同的激光强度条件下，可以最大程度激发等离子体尾波的脉宽条件，这个条件可以表示为 [13, 14]: (1) 对于激光脉冲包络为方波，激光半高全宽脉宽为 $L_{\text{FWHM}} = 0.5\lambda_p$; (2) 对于激光脉冲包络为 \sin 形式，激光半高全宽脉宽为 $L_{\text{FWHM}} = 0.42\lambda_p$; (3) 对于激光脉冲包络为高斯函数的形式，激光半高全宽脉宽为 $L_{\text{FWHM}} = 0.37\lambda_p$ ，其中 $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ 为线性等离子体尾波波长。若不考虑各个包络形式的区别，而将匹配脉宽统一写成方波情况下的结果，则激光与等离子体的匹配脉宽（转换到时间）数值上为 $\tau_{\text{FWHM}} [\text{fs}] = 55.7/\sqrt{n_e [10^{18} \text{ cm}^{-3}]}$ 。为了保证激光自引导（附录 A）和足够的加速梯度，通常采取的等离子体密度为 10^{17} cm^{-3} 到 10^{19} cm^{-3} 之间，故需要激光的脉宽为飞秒量级。这样的短脉冲在 2004 年之前未能实现。通过理论和模拟计算可以看到，当激光脉宽与等离子体密度不符合匹配条件时（通常是 $L_{\text{FWHM}} \gg \lambda_p$ ），激光所激发的尾波场强度大幅下降。为了在当时的长脉冲基础上达到尾场加速的效果，人们尝试了利用相近频率的激光拍频加速，和长脉冲自演化增强尾场加速等方法。其中拍频加速指的是将两束频率差为等离子体频率的激光同向传播，使得它们叠加后的波包宽度近似于等离子体尾波的波长，使得等离子体尾波发生共振来增强尾场强度 [4, 5, 15–19]。而长脉冲自演化的方法则是利用长脉冲激光与其激发的等离子体尾波作用导致长脉冲激光分裂，形成多个与尾波波长相匹配的短波包，从而共振增强等离子体尾场强度 [20]。但是这些方法往往得到的电子束能散接近于 100%，并不十分令人满意。自从 2004 年三个研究组分别用飞秒级的激光脉冲加速产生准单能的高能电子束 [6–8]，人们迅速把研究热点转向飞秒激光驱动的激光加速上来。由于激光脉宽与等离子体波长的匹配，激光能够很有效的激发等离子体尾波，从而把能量传递给被加速的电子。

激光以其有质动力（式 (1-34)）驱动等离子体，在其中激发尾场，如图 1-1，相速度近似于激光群速度 $\hat{v}_p \approx \hat{v}_g$ （式 1-37）。此尾场具有加速和减速相位。尾场中的大部分电子速度小于 \hat{v}_p ，无法持续被加速。当电子纵向速度大于或等于 \hat{v}_p ，且处于加速相位时，电子将被持续加速很多倍等离子体波长的距离（如图 1-1(b) 中彩色点所代表的电子）。由于驱动激光的群速度略小于光速，而被加速的电子速度非常接近光速，这些电子在跟随激光运动的

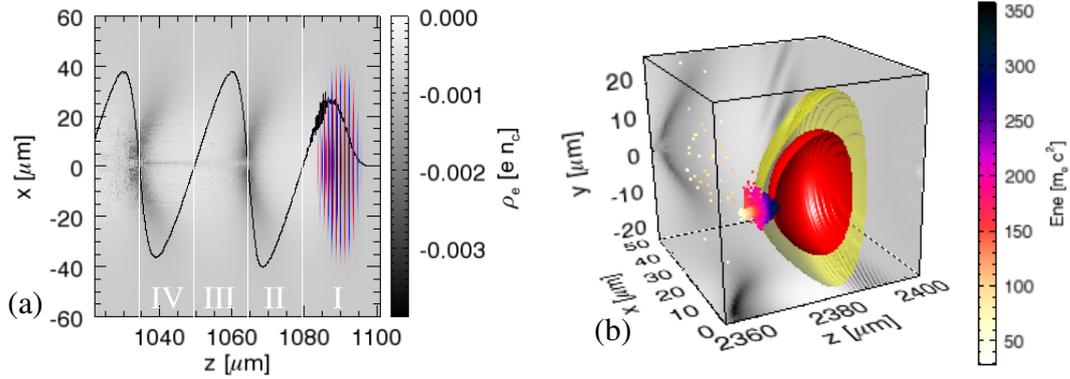


图 1-1 激光尾场和激光等离子体加速器模拟图。(a) 激光和等离子体尾波纵切面快照。图中右侧红、蓝色条纹区域代表激光，它正向右侧运动。灰度图反应了由于激光激发而产生的等离子体电子密度涨落。黑色曲线为轴向电场强度。图中白线将尾场划分为几个相位：相位 I 与 III 轴向电场为正，对电子有减速效果，为减速相位；相位 II 与 IV 轴向电场为负，对电子有加速效果，为加速相位。(b) 激光等离子体加速器三维图像。图中只显示了尾场的一半结构，其一是因为该尾场具有对称结构，其二是为了显示尾场中注入的电子。激光未显示在此图中。

参考系中会逐渐前移，逐渐从加速相位进入减速相位，从而失去被加速的能力。接近光速运动的电子跨越一个加速相位（如图 1-1(a) 中从左向右跨域区域 II）所经过的实验室参考系下的距离称作失相长度，用线性理论可以估算为 $L_d \approx \lambda_p \gamma_p^2 \approx \lambda_p \omega^2 / \omega_p^2 = \lambda_p^3 / \lambda^2$ ，而一个电子在经历一个失相长度后获得的能量可估算为 $W_0 = \frac{1}{2} e E_0 L_d \approx \pi m_e c^2 \omega^2 / \omega_p^2$ ，即在固定激光波长的情况下，失相长度大致与 $n_p^{-3/2}$ 成正比，而单电子获得的能量大致与 n_p^{-1} 成正比 [3, 14, 21]。

利用激光激发这种加速结构并能持续加速电子的装置就叫做激光尾场加速器 (Laser Wakefield Accelerator) [3, 22]，或简称激光加速器。

1.5 空泡尾场加速结构

带电粒子束驱动的尾场驱动力是库仑力，而激光尾场的驱动力是有质动力（式 (1-34)）。在驱动源经过的等离子体区域会形成高频的等离子体振荡，其频率近似为电子等离子频率，相速度接近驱动源的群速度。若飞秒激光脉冲峰值强度达到高度相对论强度（激光无量纲矢势峰值强度 $a_0 > 2$ ），激光脉冲后方会形成周期性的电子被排空区域，我们称之为空泡区域；由于组成正电背景的

离子惯性远大于电子，在少数几个空泡周期内可以认为正电背景是均匀而且静止不动的。下面我们对这样的空泡场进行理论分析。

在一般实际情况下，驱动源和等离子体都是柱对称的，则尾场的几何形式为柱对称几何，即以驱动源中心路径为轴向，垂直远离轴向的方向为径向，环绕轴向的方向为极角向。以驱动源的传播方向为 $z+$ 方向，远离轴向为 $r+$ 方向，则 r, θ, z 满足右手定则。根据真空中麦克斯韦方程组微分形式的第二和第三式，将电场和磁场表示为矢势和标势，在洛伦茨规范下有

$$\left(\partial_t^2 - \hat{\nabla}^2\right) \hat{A} = \hat{J}, \quad (1-38a)$$

$$\left(\partial_t^2 - \hat{\nabla}^2\right) \hat{\phi} = \hat{\rho}. \quad (1-38b)$$

将坐标在数值上变换到光速运动的坐标系里（并非相对论变换），即令 $\xi = \hat{t} - \hat{z}$, $s = \hat{z}$ ，考虑到尾场的特性，在准静态近似下，有 $\partial_s \ll \partial_\xi$ ，则式 (1-38) 可写为

$$-\hat{\nabla}_\perp^2 \hat{A} = \hat{J}, \quad (1-39a)$$

$$-\hat{\nabla}_\perp^2 \hat{\phi} = \hat{\rho}. \quad (1-39b)$$

由式 (1-39) 可以得到一个关于尾场非常重要的量

$$\psi \equiv \hat{\phi} - \hat{A}_z, \quad (1-40a)$$

我们称之为伪势 (pseudo-potential) [23]，它在数值上为

$$-\hat{\nabla}_\perp^2 \psi = \hat{\rho} - \hat{J}_z \equiv S, \quad (1-41)$$

即 S 为 ψ 的源项。伪势 ψ 与路径无关，在准静态条件满足时 ($\partial_s \ll \partial_\xi$) 其只与其源项 S 的横向分布有关。下面我们写出尾场中的纵向电场

$$\begin{aligned} \hat{E}_z &= -\partial_t \hat{A}_z - \partial_z \hat{\phi} \\ &\approx \partial_\xi (\hat{\phi} - \hat{A}_z) \\ &= \partial_\xi \psi, \end{aligned} \quad (1-42)$$

可以发现纵向电场是与伪势密切相关的。在驱动源足够强的情况下，尾场中心区域电子可以被完全排出，形成电子全排空区域（或称空泡区域）。在这一

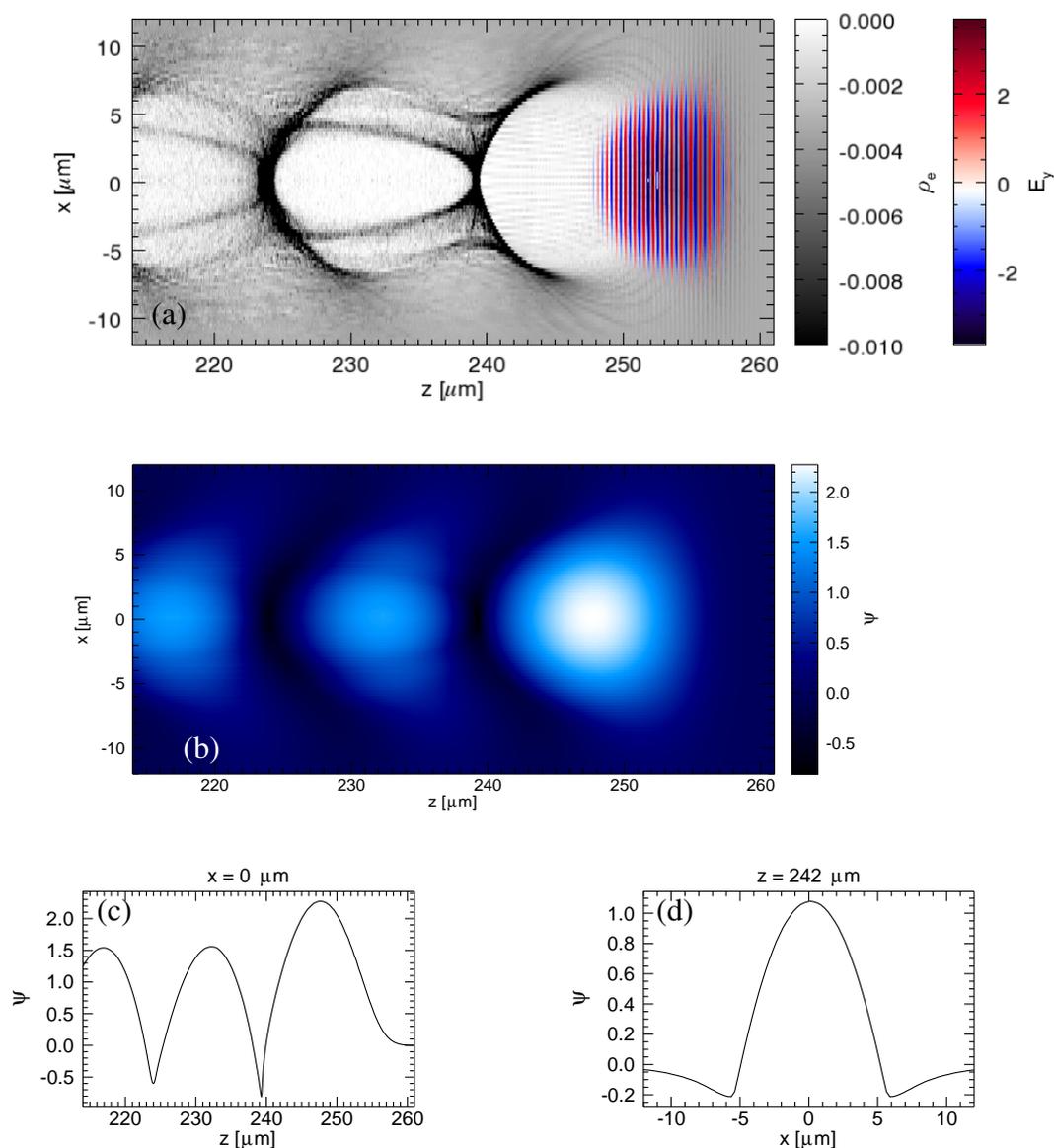


图 1-2 激光空泡尾场模拟图及其伪势快照图。(a) 飞秒激光脉冲与空泡尾场纵切面快照。图中右侧红、蓝色条纹区域代表激光，它偏振方向垂直于纸面，向右侧传播。灰度图是等离子体电子电荷密度图。图中显示了三个空泡周期。图中未标明单位的数值是无量纲化后的数值。(b) 该空泡尾场伪势的纵切面快照。(c) 伪势快照在 $x = 0 \mu\text{m}$ 处的随纵向坐标 z 变化曲线。(d) 伪势快照在 $z = 242 \mu\text{m}$ 处的随横向坐标 x 变化曲线。

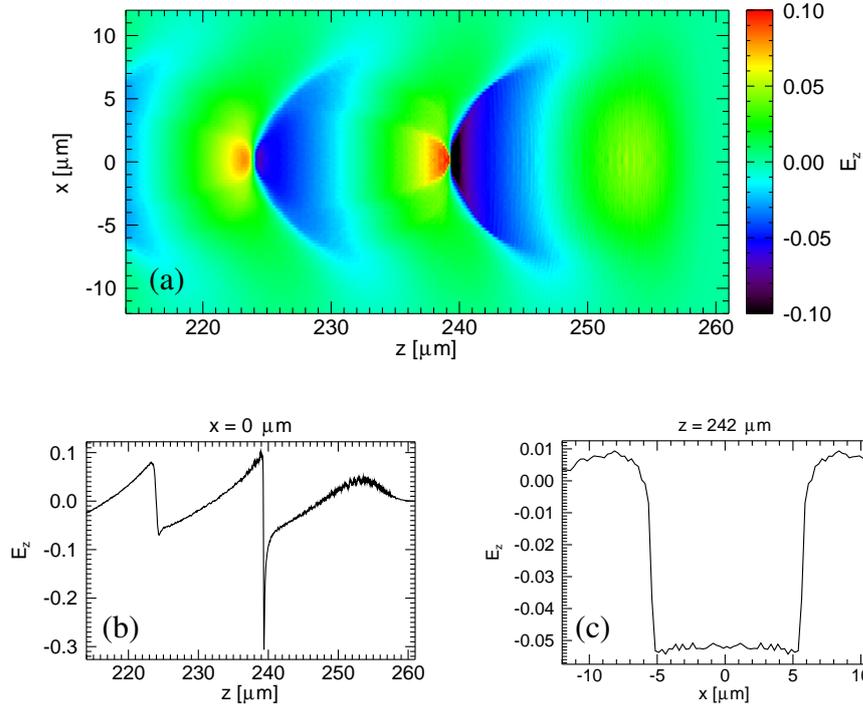


图 1-3 激光空泡尾场的纵向电场快照图。快照取自与图 1-2 相同模拟的相同时刻。(a) 纵向电场的纵切面快照。(b) 纵向电场快照在 $x = 0 \mu\text{m}$ 处的随纵向坐标 z 变化曲线。(c) 纵向电场快照在 $z = 242 \mu\text{m}$ 处的随横向坐标 x 变化曲线。图中未标明单位的数值是无量纲化后的数值。

区域里 ($r < r_b$, 其中 $r_b(\xi)$ 为全排空区域半径), 由于 ψ 的源项仅由静止的正电荷背景提供 $S = \hat{n}_{p0}$, 其中 \hat{n}_{p0} 为无量纲化的背景等离子体密度, 我们由式 (1-41) 以及边界条件 $\partial_{\hat{r}}\psi|_{\hat{r}=0} = 0$ 可以推得

$$\partial_{\hat{r}}\psi = -\frac{1}{\hat{r}} \int_0^{\hat{r}} \hat{r}' S d\hat{r}' = -\frac{1}{2} \hat{n}_{p0} \hat{r}, \quad (1-43)$$

因此

$$\partial_{\hat{r}} \hat{E}_z|_{r < r_b} = 0, \quad (1-44)$$

即全排空区域的纵向电场只是 ξ 的函数。

尾场内除了纵向电场可用作加速场, 还有同样关键的径向电场和角向磁场对其中被加速的电子束进行聚焦。考虑柱坐标下的沿 $z+$ 方向高速运动的带电

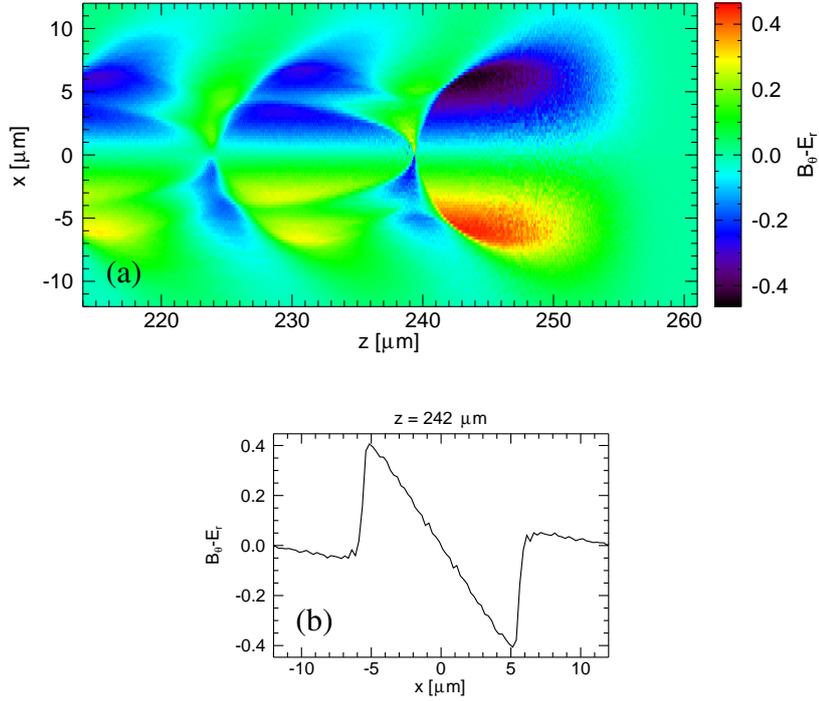


图 1-4 激光空泡尾场的横向聚焦场快照图。快照取自与图 1-2 相同模拟的相同时刻。(a) 横向聚焦场的纵切面快照。(b) 横向聚焦场快照在 $z = 242 \mu\text{m}$ 处的随横向坐标 x 变化曲线。图中未标明单位的数值是无量纲化后的数值。

粒子所受到的电磁场力

$$\begin{aligned}
 \hat{F} &= \hat{q}\hat{E} + \hat{q}\hat{v} \times \hat{B} : \\
 \hat{F}_z &= \hat{q}\hat{E}_z + \hat{q}\hat{v}_r \hat{B}_\theta, \\
 \hat{F}_r &= \hat{q}\hat{E}_r - \hat{q}\hat{v}_z \hat{B}_\theta, \\
 \hat{F}_\theta &= 0,
 \end{aligned} \tag{1-45}$$

当带电粒子为沿 $z+$ 接近光速运动的电子时，加速力为

$$\hat{F}_z \approx -\hat{E}_z = -\partial_\xi \psi, \tag{1-46}$$

而聚焦力为

$$\begin{aligned}
 \hat{F}_r &\approx \hat{B}_\theta - \hat{E}_r \\
 &= \partial_z \hat{A}_r - \partial_r \hat{A}_z + \partial_t \hat{A}_r + \partial_r \hat{\phi} \\
 &= (\partial_z + \partial_t) \hat{A}_r + \partial_r \psi \\
 &\approx \partial_r \psi \\
 &= -\frac{1}{2} \hat{n}_{p0} \hat{r},
 \end{aligned} \tag{1-47}$$

其中最后一步应用了式 (1-43)，故我们得知全排空区域的聚焦力为与位移成正比的简协力。正是这样加速力和聚焦力的共同存在才能构成加速结构。

图 1-2，图 1-3 和图 1-4 显示了一个典型的模拟所得空泡尾场纵切面快照图。我们可以将其中场分布与上述理论进行比较。其中图 1-2(a) 显示了三个空泡周期，紧跟激光后方的第一个空泡区域可以认为是电子完全排空区域，而第二个和第三个空泡区域结构比较复杂。图 1-2(b) 显示了该尾场的伪势分布，而图 1-2(c) 和 (d) 分别是伪势沿 z 方向和 x 方向的线分布。图 1-3 显示了空泡的纵向电场，我们可以看到在空泡区域，特别是第一个空泡的加速相位里，式 (1-44) 可以得到验证。图 1-4 显示了空泡的横向聚焦力，我们可以看到在空泡区域，特别是第一个空泡的加速相位里，回复力与离开中轴的距离成正比，即式 (1-47) 得到验证。我们也可以看到，尽管每一个尾场空泡周期都具有加速和聚焦相位，但紧随激光脉冲的第一个空泡中的场最强，所以一般来说加速都是利用第一个空泡。

1.6 尾场中的电子注入与捕获

粒子注入，或者叫捕获，即粒子纵向速度接近或超过尾场相速度，同时处在尾场的加速、聚焦相位，从而能够获得持续加速。图 1-5 展示了冲浪时的捕获与非捕获的示意图，类比到激光尾场加速，则从背景等离子体中分离的部分电子就是冲浪者，等离子体尾波就是浪，而激光可以类比为驱动浪的风或者潮汐力等。只有在到达浪的顶点之前经过足够预加速的冲浪者才能被浪捕获，同样，只有在到达加速相位尾部之前经过足够预加速的电子才能被尾场捕获。但是由于激光等离子加速器中加速结构极其微小且运动速度快，存在时间短暂，电子注入与捕获往往是不容易的。故人们对其中的注入与捕获问题的研究十

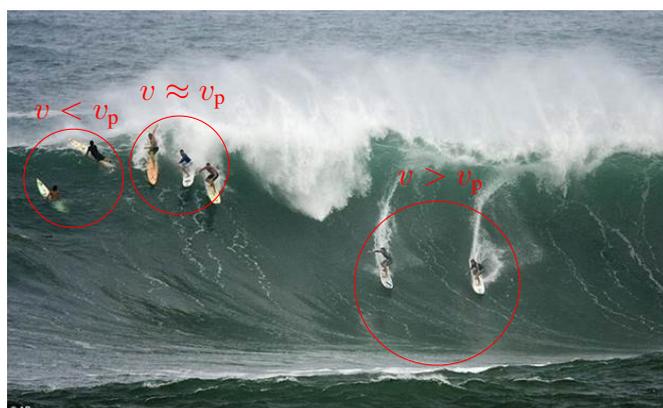


图 1-5 冲浪与捕获示意图。假设一段时间内浪具有恒定的相速度 v_p 。图中最左边两个人在接近浪的顶点（势能极大值点）时的速度仍小于 v_p ，他们将从加速相位跨过顶点进入减速相位而无法获得持续加速，即未能被浪捕获。中间三个人在接近浪的顶点具有的速度接近或者略大于 v_p ，他们能持续处在加速相位很长一段时间而获得持续加速，即已经被浪捕获。最右边两个人速度已经大于 v_p ，他们在持续从浪获得动能的同时速度越来越快，因此在浪的参考系下向前移动；当他们到达浪的底部时就无法再获得更多的动能，称为失相。图片来自网络。

分热衷。最初的注入方式称为自注入，是利用比较强的激光束在产生尾场的同时，将部分背景电子加速使其在到达加速相位尾部时纵向速度达到或超过尾场相速度。通常的自注入并不受人为控制，一般是需要比较强的驱动激光将尾波推向临界波破的边缘才能发生。其典型的输出电子束电量可以达到纳库的量级，但能谱分布大都呈热分布，能散度非常大 [24–30]。由于波破是一种临界现象，所以自注入往往是由背景等离子体热运动或者激光与等离子体相互作用时的不稳定性所诱发，所以其稳定性和可重复性并不能得到保障。

第二大类的注入方式称为密度转换注入，可分为两种具体方式：密度梯度注入和密度突变注入。密度梯度注入是利用激光运动过程中等离子体密度下降的区域改变尾场的波长，使得尾场的相速度改变，从而大幅降低波破阈值使得自注入可以更容易发生 [31–35]。通常来说密度梯度注入要求密度下降的特征尺度远大于等离子体尾波的波长。而密度突变注入则是要求密度在等于或小于等离子体尾波波长的尺度发生大幅下降，激光在经过这一剧烈的密度转换区域时发生注入 [36–38]。实验上实现密度转换可以采用两个或两个以上压力不同的超音速气体喷嘴或者毛细管来产生；或者在气体与真空转换的密度渐变区域也是一个可以利用的密度下降区域；对于密度突变注入方法来说，可以用超音

速气体喷嘴冲击刀片刀锋处形成冲击波而产生密度突变 [39]。密度转换注入的优点是相对于自注入来说稳定性高，输出粒子束品质较好。但它的劣势也是十分明显的，比如需要将密度变化区域放在十分靠近加速起始端，这样电子才能有足够的加速距离，而这对实验装置的要求比较苛刻 [40]；又比如经过密度降低区域会使得失相提前到来，这对激光加速也是十分不利的。

第三大类的注入方式称为光注入，可分为有质动力注入，对撞（或斜碰撞）光注入，对撞光冷注入等，其中对撞光注入又分为两束光对撞注入和三束光对撞注入。有质动力注入是用主激光脉冲激发等离子体尾波，第二束激光脉冲垂直射在尾波侧面使得部分电子由于其有质动力而进入尾场加速相位中 [41]。两束光对撞注入是用主激光脉冲激发等离子体尾波，第二束较弱的光脉冲从相反方向（或以一定角度）与主激光对撞，使得部分电子在激光交错的拍频中被预加速而被尾场捕获 [42–48]。三束光对撞注入则是用主激光激发等离子体尾波，然后两束较弱的激光在其后方一定距离对撞而产生拍频使得部分电子被预加速进入尾场的加速轨道 [49, 50]。对撞光冷注入是使用一束主激光脉冲激发尾波，另一束较弱的激光与其对撞而降低主激光脉冲的有质动力，从而突然改变尾场空泡结构而引起注入 [51, 52]。这些光注入方式输出的电子束一般具有较小的电量和较小的能散，实验上也证实了这类注入方式的可行性 [46]，但缺点是实验上空间和时间的同步难度高，需要极高的精度。

第四类注入方式称为磁诱导注入，指的是利用横向磁场改变尾场的结构，从而降低尾场自注入阈值使得部分背景电子被尾场捕获 [53, 54]。这一注入方式比较新颖，但并没有激起很大的研究热情，原因是其所需的横向磁场比较大（1 到 100 特斯拉），在实验上实现难度较大，而且其输出电子束往往品质很差（能散大，发射度大），没有很大的实用价值。

第五类注入方式则是电离诱导注入，简称电离注入或离化注入，也是本论文所主要讨论的注入方式。其基本原理是将部分电子在尾波场内部电离释放，以避免尾场前半部分的减速相位使得注入更加容易发生。它也可以分为两种，一种是主激光脉冲同时作为驱动源和电离光，第二种是电离光与驱动源分开的方式。主激光脉冲同时作为驱动源和电离光的电离注入一般只有一束激光脉冲，而气体靶由两类气体混合而成，一是占大比例的称作背景气体的氦气（或氢气），二是占小比例的称作注入气体的氮气（或二氧化碳，氧气，氙气等）；主激光脉冲的预脉冲完全电离了背景气体以及注入气体的外层电子，而注入

气体的内层电子则在激光脉冲包络上升的过程中逐渐电离，这样这些内层电子被电离释放时已经部分避开了尾场的减速相位，而直接进入加速相位被捕获 [55–57]。电离光与驱动源分开的方式则是驱动源为主激光脉冲 [58–60] 或者电子束 [61, 62]，而电离光为驱动源后方一定距离的激光脉冲。在电子束为驱动源的情况下，气体靶则采用氦气，电子束经过时只能电离氦的第一个电子，而其后的电离光则在加速相位的最前端电离氦的第二个电子使其直接进入加速相位而被捕获。电离注入的优点是一般来说实验装置比较简便，所需激光强度较低，稳定性比较高，发射度较小，输出电量可由混合气体比例来控制。而缺点则是一般来说获得的电子束能散比较大。

在对比了这些注入方式之后，我们发现电离注入是最有潜力的一种方式，其对激光强度要求较低，稳定性和可重复性较好，而其能散大的问题则是本论文中需要解决的问题。为了透彻研究注入于捕获的物理原理，我们需要从粒子在激光尾场中运动的基本方程入手。章节 1.2 中我们讨论的是背景等离子体的运动；而本节中我们讨论粒子捕获，就要考虑纵向速度接近光速的运动，即 $\hat{v}_z \sim \hat{v}_p \lesssim 1$ 。由此条件得到 $\mathbf{d}_t = \partial_t + \hat{v}_z \partial_z + \hat{\mathbf{v}}_\perp \cdot \nabla_\perp \ll 1$ ，则式 (1-13) 右边不可忽略。将式 (1-11) 乘以 \hat{v}_p ，减去式 (1-10)，并注意到对于以相速度 v_p 向 z 方向运动的场来说，有 $\partial_t = -\hat{v}_p \partial_z$ ，得到

$$\mathbf{d}_t \left(\hat{v}_p \hat{p}_z + \hat{q} \hat{v}_p \hat{A}_z - \hat{m} \gamma - \hat{q} \hat{\varphi} \right) = 0, \quad (1-48)$$

我们用下标 0 代表该物理量的初始值，则有恒等式

$$\hat{q} (\psi - \psi_0) - \hat{m} \gamma_0 + \hat{v}_p \hat{p}_{z0} = \hat{v}_p \hat{p}_z - \hat{m} \gamma, \quad (1-49)$$

其中 $\psi \equiv \hat{\varphi} - \hat{v}_p \hat{A}_z$ ，由于 $\hat{v}_p \approx 1$ ，尽管此处定义与式 (1-40) 定义稍有不同，但数值及物理意义上可认为一致。又定义 $\gamma_p \equiv (1 - \hat{v}_p^2)^{-\frac{1}{2}}$ ，经过一系列代数运算可得，当注入发生时 ($v_z = v_p$)，有

$$\hat{q} (\psi - \psi_0) - \hat{m} \gamma_0 + \hat{v}_p \hat{p}_{z0} = -\frac{\sqrt{\hat{m}^2 + |\hat{\mathbf{p}}_\perp|^2}}{\gamma_p}, \quad (1-50)$$

其中伪势 ψ 与粒子路径无关，可由纵向电场积分得来（见式 (1-46)）。故由粒子的初始状态和尾场的伪势可判断准静态尾场（即尾场不剧烈演化）情况下注入发生的可能性。在极高能驱动源的情况下 ($\gamma_p \gg 1$)，上式右边接近 0；又

假设注入的粒子是电子 ($\hat{m} = 1$, $\hat{q} = -1$), 且电子是由静止状态释放 (\hat{p}_{z0} , $\gamma_0 = 1$), 上式变为 $\psi_0 - \psi = 1$ 。即尾场中至少需要存在一处, 满足其伪势与电子静止释放时所处伪势相差为 1, 注入才有可能发生。即对于初始静止的电子来说, 发生注入的必要条件是

$$\psi_0 - \psi_{\min} > 1, \quad (1-51)$$

其中 ψ_{\min} 是尾场中伪势的最小值。

在前述的五类注入机制中, 准静态的自注入, 对撞光注入, 和电离注入可以适用本节的准静态注入理论。其中准静态的自注入需要比较强的驱动源使得尾场伪势底部接近或者低于 -1 ; 对撞光注入是用一束反向传播的较弱激光与主驱动激光共同作用, 将部分电子预加速 ($\hat{p}_{z0} > 0$), 来降低对伪势差的要求。本论文主要讨论的电离注入方式, 则是将部分电子在尾场中间释放 ($\psi_0 > 0$), 从而即使伪势底部未达到 -1 , 其势差仍然可以足够大 [56]。

第二章 等离子体密度包络裁剪与电离注入优化

激光尾场加速的电离注入机制下，在注入级中的电子注入往往是连续的。由于输出电子束的能散往往是跟注入长度正相关 [63]，所以之前一般考虑运用缩短注入级长度的（保持总加速距离不变）方法来降低输出电子能散 [64, 65]。但是由于机械制造的工艺极限，注入级的长度不可能无限制缩短，目前 1 mm 的量级已经是注入级工艺的极限了，但用这个长度的注入级的激光加速实验得到的最低能散仍然为 10% 左右，远没有达到可以应用的程度。本章基于电离注入机制和两级加速的概念，提出通过裁剪等离子体的包络来达到优化输出电子束品质的目的。通过二维 PIC 模拟可以找到优化的等离子体包络以及加速级混合气体密度，使得输出电子束的高能区域来自注入级前端很小的范围，从而缩短了有效注入距离。由于空泡收缩效应，注入段气体密度上升区域长度对电子束单能性有决定性作用，当选择密度上升区域长度在 90 至 150 微米之间时，所产生的电子束能散可达到半高全宽 1% 到 2%。我们可以得到的最优化结果为输出电子束有 350.3 MeV，半宽全高能散 1.62%，发射度 210 mm · mrad [66]。

2.1 电离注入基本模型

电离注入的概念是在十年前被数位物理学家陆续提出和完善的 [67–69]。但 2010 和 2011 年才是电离注入研究的黄金年份，这两年中研究人员分别在实验上验证了电离注入机制的有效性 [55–57]，和实验实现了利用电离注入的两级加速 [64, 65]。此后电离注入研究便如雨后春笋般的涌现 [58–63, 70–75]。电离注入（全称电离诱导注入，**Ionization-Induced Injections**）是利用高原子序数的气体的原子内壳层电子较高的电离电场阈值的特点，将内壳层电子在尾波场中部静止释放。这些电离释放的内壳层电子避开了尾波场的减速区域，从而更容易被捕获。实际应用中，为了避免内壳层电离引起的激光传输问题，以及避免过度注入造成的问题，往往将高原子序数的气体与低原子序数的气体相混合，其中低原子序数的气体浓度为 90% 以上，用于产生背景等离子体和形成加速结构，而高原子序数的气体浓度为 10% 以下，用于提供内层电子注入加速结构。这里所说的低原子序数的气体一般可采用氢气或氦气，其完全电离的阈值

较低，在通常的相对论性激光 ($a_0 > 1$) 的预脉冲阶段电离度即可接近 100%，于是可以当作背景等离子体。高原子序数气体一般可采用氮气，二氧化碳，氧气，氦气，氙气等，其每个原子至少存在一个内层电子层需要较高的电场阈值才开始电离，并随着激光强度增加而电离度增加，于是这些内层电子在激光脉冲的中部才被释放。

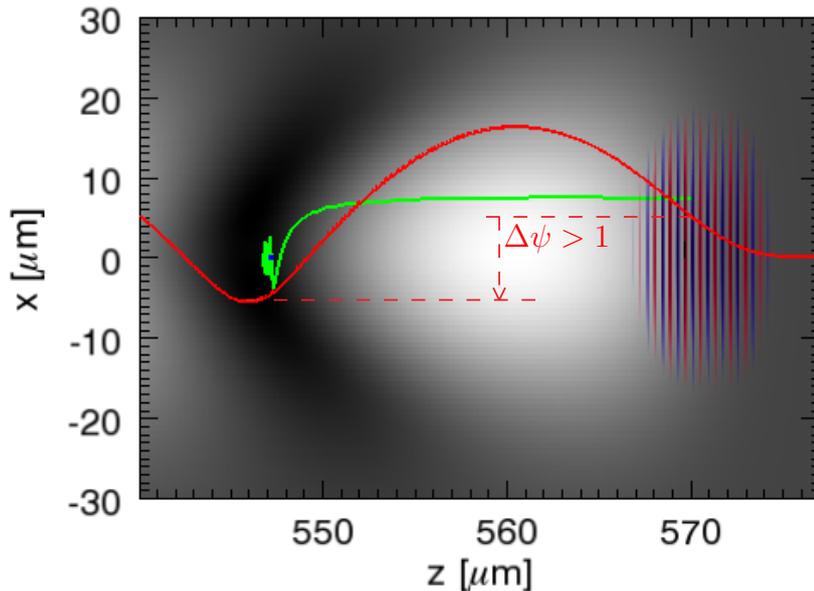


图 2-1 电离注入原理示意图。图右侧红蓝相间条纹为激光脉冲，其向右传播激发了背景等离子体的响应从而形成尾波（用灰度图表示）。轴向的伪势 ψ 用红色实线表示，而红色虚线用来指示有效内壳层电子电离位置到尾场底部的伪势差 $\Delta\psi$ 。绿色实线为一个由内壳层电离，然后被尾场捕获、加速的探测粒子在跟随尾场的参考系中的运动轨迹。

图 2-1 示意了这些内层电子被捕获的原理。在中等强度的激光脉冲驱动下，尾波场伪势底部的伪势值不可能接近或低于 -1 [76]。对于背景电子来说，其初始状态为 $\psi_0 = 0$ ， $\hat{p}_{z0} = 0$ ，根据章节 1.6 的讨论，它们不可能被捕获。而对于在激光中部近似于静止释放的内壳层电子（图中绿线所示电子）来说，其初始状态为 $\psi_0 > 0$ ， $\hat{p}_{z0} = 0$ ，则其在尾场中可以存在某处满足 $\psi_0 - \psi = 1$ 的注入条件，从而被尾场捕获获得持续加速。相对于自注入具有不稳定和不可控的特点来说，电离注入的优点是稳定，可控性较好，且装置较为简便。

虽然电离注入有着诸多优点，但在 2014 年以前人们认为电离注入产生的

电子束都为连续能谱，除非采用两级加速的方法，其中第一级称为注入级，采用高、低原子序数混合气体，而第二级称为加速级，只采用低原子序数的气体。激光尾场在注入级中注入和加速同步进行，而在加速级中没有注入，只有加速 [64, 65]。对于满足匹配条件 $k_p W_0 = 2\sqrt{a_0}$ 的激光引发的电离注入来说，注入级的注入是稳定而持续的。由于注入级长度不可能无限小，注入起始位置不同而造成加速器出口处各个电子的加速距离不同，最终导致输出电子束能散与注入级的长度正相关 [63]。实验显示，当注入级长度为 1 mm 时，输出电子的能散可以降到 30% 到 10% 之间。但这对于一些高要求的应用来说，能散仍然过大。我们不可能无限制的缩短注入级的长度，而 1 mm 已经接近现代机械制造工艺的极限。我们需要其他方法来缩短有效注入距离。

2.2 单级激光加速的基本模拟

在我们的二维 PIC (particle-in-cell) 模拟中，我们使用脉宽为 41 fs，波长为 800 nm 激光脉冲，束腰半径 9 μm ，聚焦在氦氮混合气体的边界处（密度上坡的起点）。气体密度包络为梯形状，上坡区域长度 200 μm ，平台区域为半无限长（如图 2.2(a)）。我们扫描了其他的参数，比如氮气浓度，总电子密度和焦斑处的激光归一化振幅。为了找到粒子束质量与这些参数的关系，在每一个模拟中我们都让模拟持续直到失相长度。粒子束品质在粒子束能散度达到最小时进行测量。

模拟显示，优化的电子密度应该在 0.004 到 0.008 倍临界密度，归一化激光振幅在 1.5 到 3.0 之间。如果电子密度小于 0.004 倍临界密度，自聚焦将不会发生，激光将会由于散射而很快消失。如果电子密度大于 0.008 倍临界密度，空泡将小于激光光斑，则空泡结构会被破坏。如果归一化激光振幅低于 1.5，我们观察不到氮原子的 K 层电离，因此不会发生电离注入。而当归一化振幅高于 3.0，自注入将会显著发生。值得一提的是虽然初始归一化激光振幅为 1.5 时低于氮气 K 层电子的有效电离阈值，自聚焦将增加激光振幅，使得该振幅超过电离阈值。氮气浓度选在低于 10%，是为了降低预等离子体散焦效应。

图 2-3 展示了一个典型的电离注入图像。氮气浓度为 0.5%，总电子密度为 0.004 倍临界密度（即 $7 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ），归一化激光峰值振幅为 2.0，对应的激光光强为 $8.6 \times 10^{18} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ ，如果腰斑半径为 9 μm ，则激光功率为 10.9 TW（计算方法见附录 A）。图 2-3(e) 和图 2-3(f) 分别展示了从氮气和氮气电离的

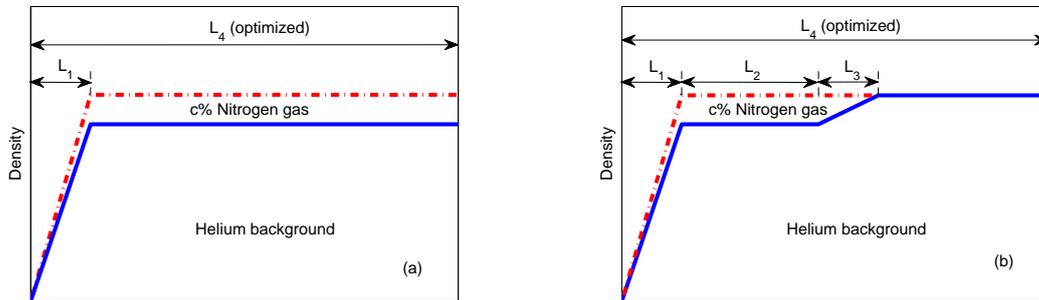


图 2-2 单级 (a) 以及两级 (b) 加速模拟的电子密度示意图。粗线表示电子密度包络。激光从左侧入射。(a) 气体靶为氦-氮混合气体，密度上坡长度为 L_1 ，氮气浓度 $c\%$ 。(b) 第一级密度上坡长度 L_1 ，平台区域长度 L_2 。两级之间密度转换区域长度 L_3 。优化 L_4 使得粒子束能散演化到最小。第一段氮气浓度 $c\%$ 。两段电子总密度相等。

电子密度。我们可以看到，图 2-3(f) 中注入的电子聚集在空泡的中轴线上，而图 2-3(e) 中空泡中没有注入电子。这表明注入的电子全部来自于氮气，因此此处注入机制为单一的电离注入。

由于被加速的电子速度会超过加速场相速度，在传播了距离 $L_d = (n_e/n_c)^{-3/2} \lambda_0$ 以后（其中 λ_0 是激光的波长），这些电子会在尾波场相位中前移而进入减速相位。这一现象被称为失相，而 L_d 也被称为失相长度。在电子密度等于 0.004 倍临界密度的情况下，失相长度约为 $3162 \mu\text{m}$ 。但是，我们发现在模拟中，由于“激光分裂”效应，失相长度被降低到 $2101 \mu\text{m}$ 。这是由于激光的前端被光子减速而降低了频率，逐渐后移进入空泡尾部。在图 2-3(h) 中，我们可以看见在传播了 $2101 \mu\text{m}$ 后，激光脉冲被分裂成两个首尾相接的脉冲，从而尾波场的加速电场向后移动，这导致了失相提前。“激光分裂”效应大大减小了加速长度，因此最终电子束获得的能量也被降低了。在这个距离处的电子能谱如图 2.4(a) 所示，最高能量 342 MeV ，平均能量 170 MeV ，半宽高能散度为 68%。我们可以假设该二维模拟对应真实的三维情况的电子束呈柱对称分布，则可估算出该电子束有 14.5 pC 。

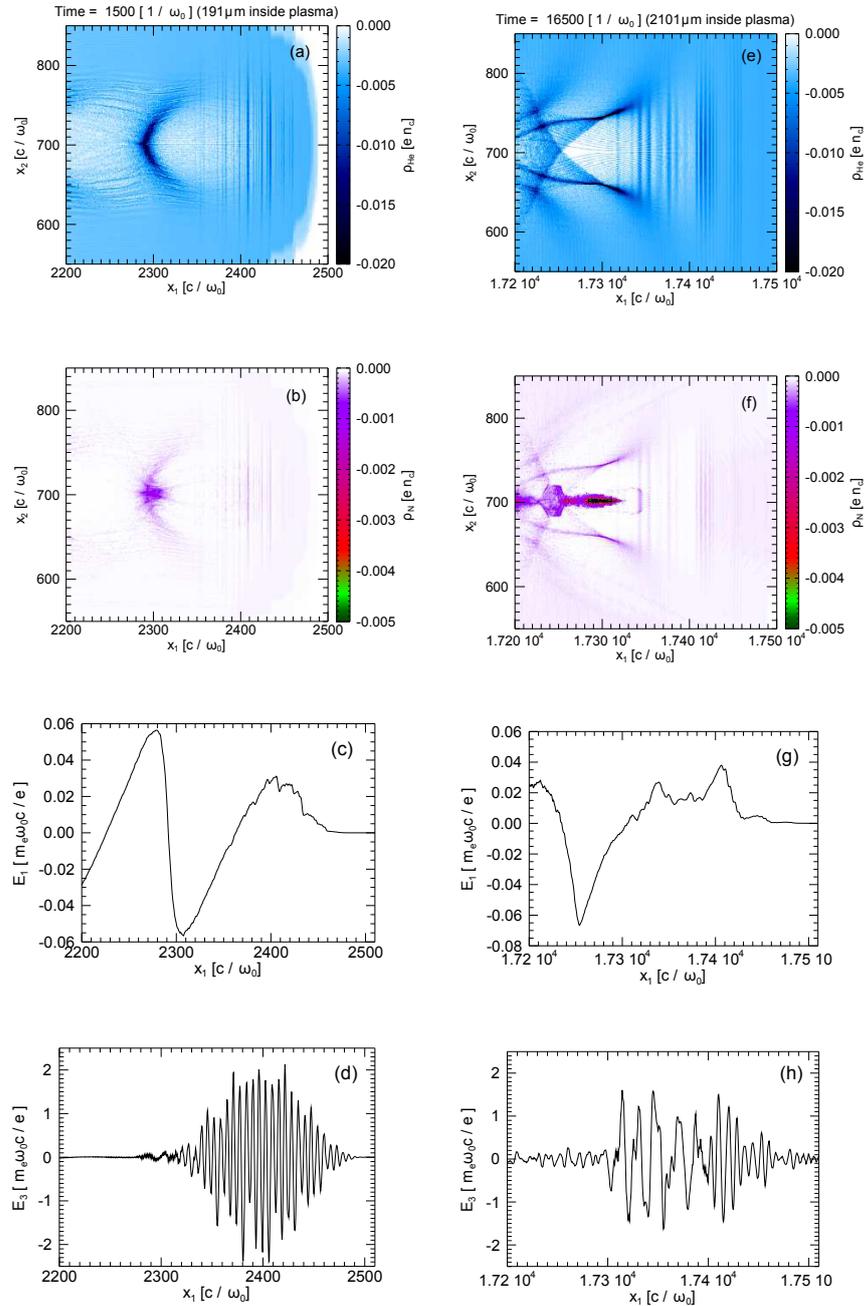


图 2-3 两个不同时刻的激光尾波场和空泡结构。图 (a) 到 (d) 是在模拟时间为 1500 处 (传播距离 191 μm)，图 (e) 到 (h) 是在模拟时间为 16500 处 (传播距离 2101 μm)。 (a) 和 (e) 是从氦气和氮气中电离的电子密度图，其中没有注入，而 (b) 和 (f) 是从氮气中电离的电子密度图，其中有注入。注入电子来自氮气原子的 K 层电子电离。(c) 和 (g) 展示了纵向电场，(d) 和 (h) 展示了沿轴的激光场。

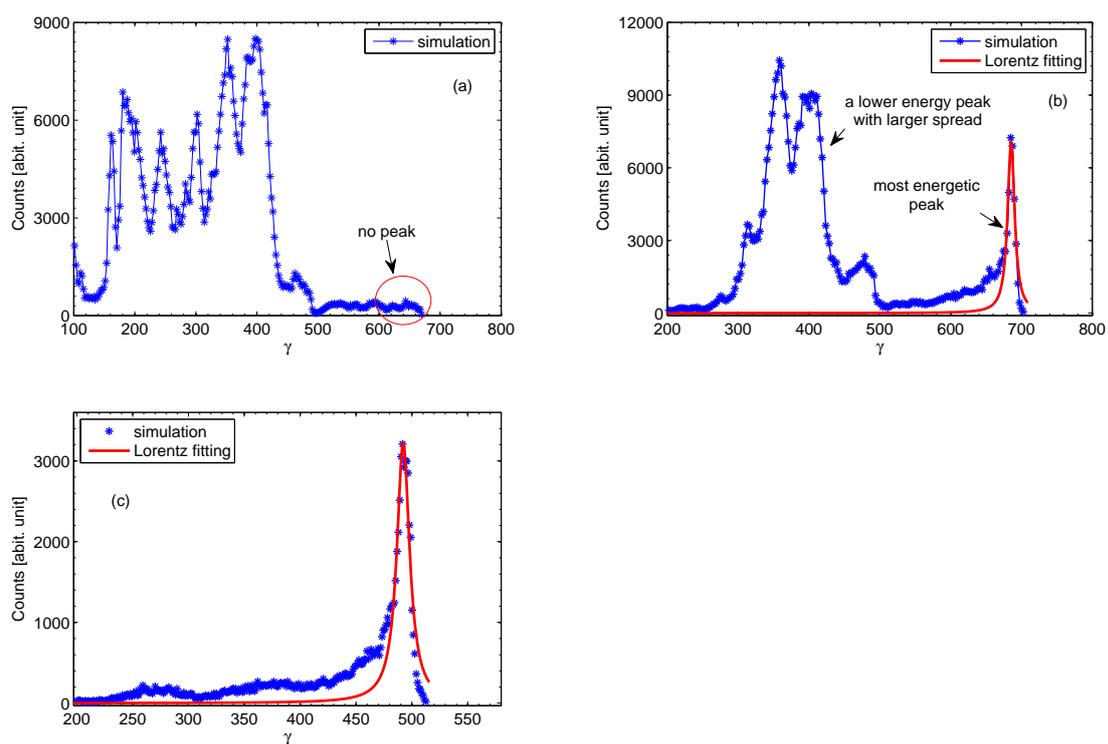


图2-4 电子束能谱，对应于 (a) 单级 $L_1 = 200 \mu\text{m}$ ，(b) 两级， $L_1 = 135 \mu\text{m}$ ， $L_2 = 1000 \mu\text{m}$ ，(c) 两级， $L_1 = 135 \mu\text{m}$ ， $L_2 = 400 \mu\text{m}$ 。(a) 中 $\gamma = 600 \sim 700$ 段没有峰，因为气体密度包络没有进行优化。(b) 中有能量 350 MeV，能散度为 1.62% 的单能峰，同时包含一个较低能量，较大能散的准单能峰。为了去除这个能量较低的峰，我们将 L_2 调至 400 μm ，于是得到了 (c) 中的单峰能谱。

2.3 两级加速以及等离子体密度包络裁剪

电离注入会产生持续注入，不利于电子束的单能性。问题在于，我们能否控制电离注入使得只有一小段的电子被注入且被加速到高能，从而产生单能性好的电子束。

一种想法是使用两段气体的级联靶。另一种想法是我们这里要讨论的等离子体密度包络裁剪。我们在模拟中既使用了两段气体级联靶，又对第一段电子密度包络进行了裁剪。但是，我们发现在许多情况下，气体分段并不必要。下面是我们模拟中采用的气体密度包络。如图 2.2(b) 所示，第一段气体采用氮-氮混合气体，氮气浓度为 0.5% 左右。第二段气体是纯氮气。真空与第一段气体之间，第一段气体与第二段气体之间的转换都为线性渐变，转换长度分别为 L_1 和 L_3 。第一段气体平台区域长度 (L_2) 为 1000 μm 量级。第二段气体为半无限长，是为了让模拟可以进行到足够长的距离，方便我们在最佳距离（即当电子束能散度达到最小处）测量电子束品质。我们忽略了实际情况中的气体靶出口的影响。两段气体的电子总密度都为 0.004 倍临界密度。激光为 S 偏振，波长 800 nm。激光包络形状横向为高斯型，纵向为 \sin^2 型。激光束腰半径 9 μm ，脉宽半宽全高 41 fs。归一化激光振幅保持在 2.0，对应峰值功率 10.9 TW。

模拟结果表明，第一段气体靶电子密度上升沿长度 (L_1) 对电子束单能性至关重要。第一段气体氮气浓度也十分重要。第一段气体密度平台区域长度 (L_2) 重要性较低。这些参数在图 2.2(b) 中有描述。在每一个模拟中， L_4 都将取最优值，使得电子束演化到最低能散度。令 $L_2 = 1000 \mu\text{m}$ 且 $c\% = 0.5\%$ ，同时 L_1 从 60 μm 改变到 175 μm 。图 2-5 展示了电子束电荷量，能散与 L_1 的关系。可见最小的能散度为半宽全高 1.62%，当 L_1 等于 135 μm 时取得。此时能谱对应于图 2.4(b)。对于 L_1 大于 175 μm 的情况，能谱中的单能峰高度下跌，同时能散度变大，单能峰将会消失。图 2.4(a) 中 L_1 为 200 μm ，就是这样的一个例子。我们把这一现象叫做电离注入中的“密度上升沿优化”。后面将会详细讨论。

令 $L_1 = 135 \mu\text{m}$ ， $c\% = 0.5\%$ ，同时 L_2 从 0 μm 变到 2000 μm 。图 2-6 展示了电子束电荷量，能散与 L_2 的关系。最小能散度为半宽全高 1.62%，在 L_2 等于 1000 μm 时取得。能谱如图 2.4(b) 所示。从能散与 L_2 的关系可以看到，第一段气体平台长度对电子束能散度影响较小。较大的 L_2 有利于减小能散度。同时模拟表明当 L_2 较长时，电子束在优化的 L_4 处能量较高。但是当 L_2 大于 1000 μm 时这种趋势达到饱和，因为之前介绍的失相现象。当 L_2 约为 1000 μm

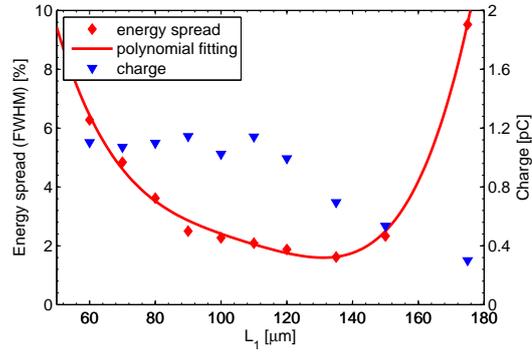


图 2-5 最高能峰的能散度 (菱形) 和电荷量 (三角形) 与 L_1 的关系。其他参数为 $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, $L_3 = 100 \mu\text{m}$, $c\% = 0.5\%$ 。

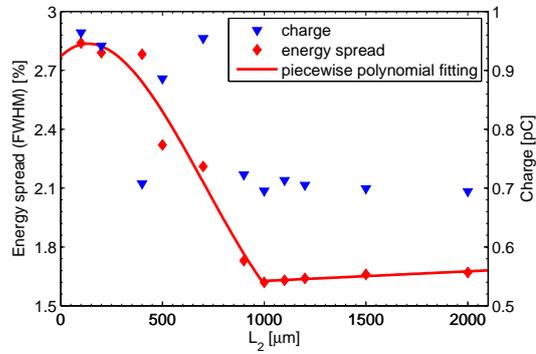


图 2-6 最高能峰的能散度 (菱形) 和电荷量 (三角形) 与 L_2 的关系。其他参数为 $L_1 = 135 \mu\text{m}$, $L_3 = 100 \mu\text{m}$, $c\% = 0.5\%$ 。

时, 优化的 L_4 已经非常接近失相长度。

令 $L_1 = 135 \mu\text{m}$, $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, 同时 $c\%$ 从 0.1% 变到 1.0%。图 2-7 展示了电子束电荷量, 能散与 $c\%$ 的关系。我们可以看到最小能散度为半宽全高 1.62%, 在 $c\%$ 等于 0.5% 时取得。能谱如图 2.4(b) 所示。这一结果是经过前两小节保持 $c\%$ 不变而优化过 L_1 和 L_2 的自然结果。我们可以预期如果在另一个 $c\%$ 取值下优化 L_1 和 L_2 , 将会得到不同的结果。

前面讨论的对参数 L_1 的优化表明, 电子密度上升沿长度的优化对最终电子束品质有关键作用。详细分析表明, 低能散的电子束只是在密度上坡的终点处注入的。图 2.8(b) 是从我们得到的最小的能散模拟中, 随机抽样的 300 个注入电子的粒子追踪图 (对应参数为 $L_1 = 135 \mu\text{m}$, $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, $c\% = 0.5\%$)。图中粒子分为三组, 每一组对应了不同的最终能量, 用三种颜色表示。红色

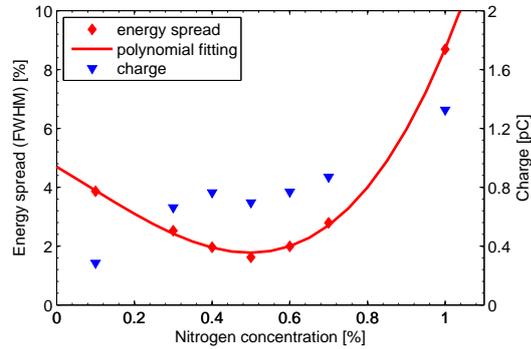


图 2-7 最高能峰的能散度 (菱形) 和电荷量 (三角形) 与氮气浓度 $c\%$ 的关系。其他参数为 $L_1 = 135 \mu\text{m}$, $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, $L_3 = 100 \mu\text{m}$ 。

的追踪线表明粒子是在第一段气体密度转折点 (即密度上坡和密度平台交界处) 附近注入的, 并最终被加速到了最高的能量, 并形成了单能峰 (能谱如图 2.4(b) 所示)。绿色追踪线表示的粒子数量很少, 具有中等的能量。蓝色追踪线表示的是深入氦-氮混合气体平台内部注入的粒子, 数量很多。在以往的研究中, 人们主要把注意力集中在混合气体密度平台阶段, 而在这里注入的粒子的追踪线类似上述的蓝线, 它们最终形成了具有较大能散的粒子束。因此我们的研究指出, 优化密度上升沿是减小能散度, 同时增加能量增益的一种新的可行方案。

这种注入方式的物理过程可以如下解释。因为激光驱动的空泡尺寸大致上与等离子体密度成反比, 当激光进入气体靶, 在等离子体密度上升沿空泡会迅速收缩, 直到达到坡顶才停止收缩。在密度上升沿中, 刚刚从 K 层电离出来, 本应被俘获的粒子, 将由于空泡尺寸变小而掉出加速相位。即空泡尾的局部相速度将大于真空中光速 c , 使得注入变得不可能。这种情况直到接近密度转折点, 此时空泡收缩将停止。这控制了注入的起始点。在这个位置注入的电子由于起始点非常接近, 能量也会非常接近, 形成了准单能束。在深入氦-氮混合平台区域注入的电子 (蓝色追踪线) 由于注入时间晚, 能量不可能赶上之前的准单能束 (红色追踪线)。也有一部分粒子 (绿色追踪线) 在密度转折点附近注入, 但没有被加速到最高能量, 原因可能是由于注入的随机性。值得注意的是在传播距离 $300 \mu\text{m}$ 到 $650 \mu\text{m}$ 之间 (图 2.8(b)) 有一段无注入区域。这一段区域对应激光自聚焦区域, 图 2-9 展示了这一点。由于自聚焦, 在这一段区域中归一化激光振幅超过 3.0, 将抑制电离注入的发生 (详细讨论请见第三章)。

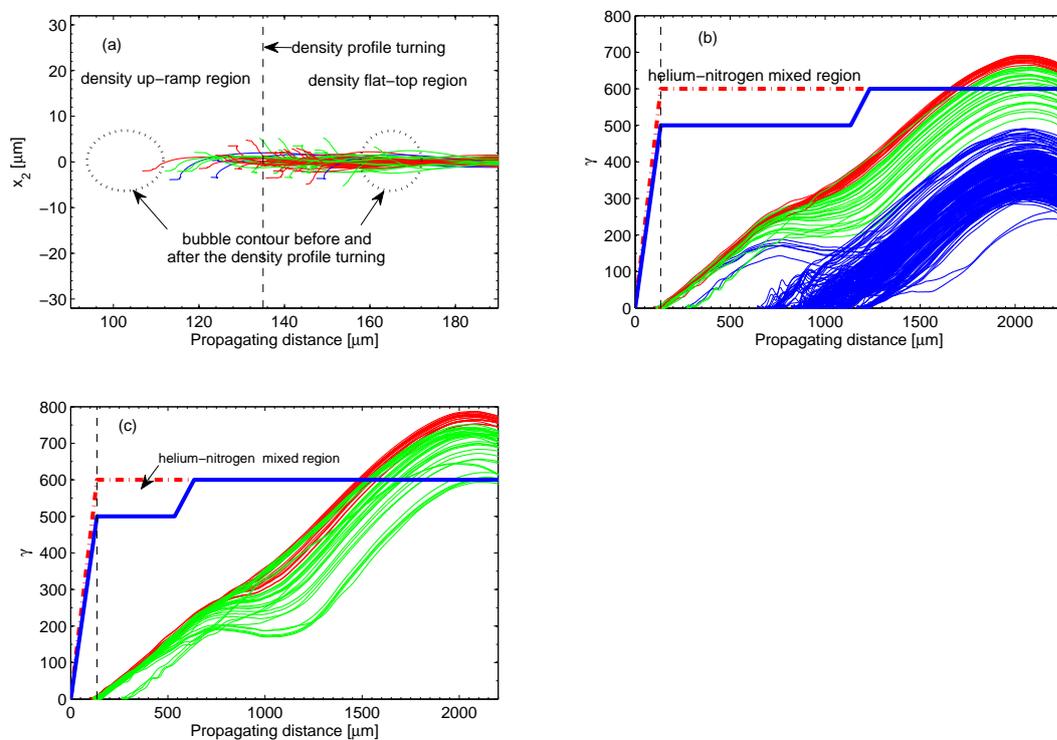


图 2-8 粒子追踪，对应参数 (a, b) $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, (c) $L_2 = 400 \mu\text{m}$ 。

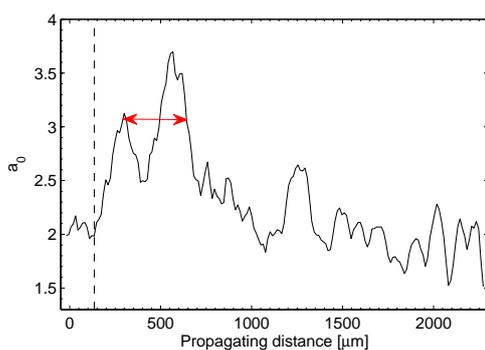


图 2-9 归一化激光振幅 a_0 演化。其中 $L_1 = 135 \mu\text{m}$ 。其他参数，比如 L_2 和 $c\%$ ，对激光演化没有显著影响。红色箭头指示的区域为传播距离约为 $300 \mu\text{m}$ 到 $650 \mu\text{m}$ 处，也是“无注入区”。初始激光振幅为 2.0，而在这一段中激光振幅超过了 3.0，不利于电离注入。

我们注意到此处描述的密度梯度效应有别于以往研究中提出的自注入中的密度转换注入。在以往研究提出的密度转换注入中，往往利用的密度下坡处，空泡逐渐扩大，尾场相速度降低，从而电子更容易被俘获。此外，密度上坡注入机制只能在电离注入中发生，因为在电离注入中，电子是由前向后到达加速相位被俘获的，而空泡收缩只是防止了在密度包络转折点之前的注入。

图 2.4(b) 所示 (对应参数 $L_1 = 135 \mu\text{m}$, $L_2 = 1000 \mu\text{m}$, $c\% = 0.5\%$) 电子束能谱中有两个主峰，其中高能峰能散较小，而低能峰能散大概为 10%。为了消除低能峰，我们可以选择另一组参数 $L_1 = 135 \mu\text{m}$, $L_2 = 400 \mu\text{m}$, $c\% = 0.5\%$ ，粒子追踪和能谱分别为图 2.8(c) 和图 2.4(c)。可以看到，较小的 L_2 可以减短注入段，从而除去低能峰。

2.4 小结

在激光尾场加速器的研究中，人们以往常常认为注入只发生于气体密度平台或者密度下转换区域，而不会发生于密度上升沿。这是因为激光经过密度上升区域时等离子体波长逐渐降低，于是尾场相速度往往大于光速，这时电子速度不可能超过或达到尾场相速度，无法被尾场捕获。在这一章中我们证明了适当梯度的密度上升沿可以控制注入起始位置，其原因是激光由上升沿进入平台区域的过程中，尾场相速度会发生从大于光速向小于光速的跳跃过程。在这种情况下，大量注入电子的起始位置会集中在密度上升沿与平台的转换区域，它们的加速同步性较好，从而最终能散较低。我们发现当适当选取密度上坡长度 (90 至 150 微米之间)，输出电子能谱中单能峰处电子团的初始注入距离小于 $100 \mu\text{m}$ ，最终的电子束能散度可以达到半宽全高 1% 至 2%。这一现象显著区别于均匀混合气体中的电离注入。与密度转换注入不同的是，这种密度上升沿的优化只能在电离注入中发生。同时我们注意到，在以往的研究中人们往往使用固定长度的气体靶作为加速载体，这是因为实验条件下调节气体靶长度比较困难，而模拟研究为了与实验进行对比，往往使用与实验相同的气体靶长度，即模拟辅助实验的思路。但实际上电子的最佳加速距离 (即电子束能散达到最低时所经过的加速距离) 并不一定是预先固定的气体靶长度。我们在模拟中放弃了对气体靶长度的固定，而采用半无限长的气体靶，每隔一段距离进行电子束品质的测量，这样就可以测得最佳加速距离，并认为如果气体靶的后边界处于最佳点处，电子束离开气体靶的过程中其束品质并不改变。运用到实验

中时，我们只需将气体靶喷嘴制造成模拟测得的最佳长度，即可将实验结果与模拟进行对照，这是模拟指导实验的思路。第三章将介绍一个模拟指导实验的成功范例。

第三章 激光尾波场电离注入自截止

在第二章中我们主要讨论了裁剪等离子体上升沿长度来获得低能散电子束的方法，此方法中我们需要比较短的注入级密度上升沿。在这一章里我们提出另一种方法，在单级、单激光束的条件下，将有效注入距离缩短至几百微米，远低于目前的制造极限。这一方法利用初始非匹配激光束的自聚焦，在注入级结束之前自动截止电离注入。与利用自聚焦来启动电离注入 [70]，和利用少周期激光来限制注入区域 [77] 不同，我们证明利用目前实验常用的非匹配激光束驱动的激光尾场可由于激光自聚焦而产生巨大的演化，从而逐渐破坏电离注入的条件，达到注入截止的效果。我们可以看到，有效注入距离由激光光斑缩小到极小值的距离（即半演化周期 z_s ）决定，而这个距离往往只有几百微米。电离注入截止提供了一种产生低能散电子束的简便方式。

3.1 激光在等离子体中的自聚焦传输

在二维或三维情况下，激光光束在真空中传播时有汇聚和发散现象。一般我们只考虑零阶高斯模式，即无量纲的激光矢势横向包络正比于 $\exp(-r^2/W^2)$ ，其中 r 是距中轴的半径， W 是束半径，为传播距离的函数。此模式的激光脉冲在真空中传播可描述为高斯光束 (Gaussian Beam) [78]，其仅在束腰处有一次汇聚，之后则是发散，能量仅在一个瑞利长度范围内集中度较好。这一点对激光加速不利。而其在等离子体中的传播时，由于相对论因子引起二阶非线性折射率变化，以及激光有质动力引起等离子体密度响应，引起激光束发生与处于真空中时不同的汇聚现象。此类汇聚现象称为激光在等离子体中的自聚焦，而自聚焦发生的条件可以描述为“当激光功率大于自聚焦阈值功率时，自聚焦可以发生”，其中自聚焦阈值功率，在同时考虑弱相对论效应和等离子体响应的情况下需要数值求解 $P_c = 16.8\omega_0^2/\omega_p^2$ [GW] [79]，而在仅考虑弱相对论效应的情况下，可获得近似的解析解 $P_c = 17.4\omega_0^2/\omega_p^2$ [GW] [80, 81]（推导过程可见附录 A）。在此近似下我们可以写出激光包络演化方程在二维平板几何下的形式 [82, 83]

$$\frac{d^2 R}{du^2} = \frac{1 - C \cdot R}{R^3}, \quad (3-1)$$

以及在柱对称几何下的形式

$$\frac{d^2 R}{du^2} = \frac{1 - \frac{P}{P_c}}{R^3}, \quad (3-2)$$

其中 $R = W/W_0$ 为归一化到腰斑半径的激光包络半径, $u = z/Z_R$ 为归一化到瑞利长度的传播距离, P/P_c 为柱对称几何下激光功率和自聚焦阈值功率之比, $C = \frac{\sqrt{2}}{32} a_0^2 k_p^2 W_0^2$ 为二维平板几何下激光束初始参数所确定的一个常数 (类比到柱对称几何下, C 在数值上等于 $\sqrt{2}P/P_c$, 但柱对称几何下 $P/P_c = a^2 k_p^2 W^2/32$ 保持不变, 而二维平板几何下 $a^2 k_p^2 W^2/32$ 随传播距离而改变)。

假定初始时激光束处于真空中的束腰处 (即激光从真空中会聚, 到达焦点处立刻进入等离子体), 则初始条件为 $R = 1, \dot{R} = 0$ 。在柱对称几何下, 由式 (3-2) 可解析求解得到, 当

$$z = Z_R(P/P_c - 1)^{-1/2} \equiv z_s^{\text{cyl}} \quad (3-3)$$

时 R 达到极小值 0。而在二维平板几何下, 式 (3-1) 需要数值积分。首先将式 (3-1) 改写为

$$\ddot{R} = \frac{1}{R^3} - \frac{C}{R^2} = -\frac{(R^{-2})'}{2\dot{R}} + \frac{C(R^{-1})'}{\dot{R}}, \quad (3-4)$$

其中上加点或者上标一撇代表对 u 求导。将上式两边同乘以 $2\dot{R}$, 整理过后得

$$\left(\dot{R}^2\right)' = (2CR^{-1} - R^{-2})', \quad (3-5)$$

考虑到初始条件, 即有

$$\dot{R}^2 = 2CR^{-1} - R^{-2} + 1 - 2C. \quad (3-6)$$

由此方程可得 R 有两个极值 1 和 $(2C - 1)^{-1}$, 且在 $C > 1$ 的情况下第二个极值小于第一个极值, 即从初始条件 $R = 1$ 之后光束会产生会聚现象。下面只考虑 $C > 1$ 的情况。将式 (3-6) 稍加变换, 可求得 R 在这两个极值之间变化所经历的传播距离

$$\begin{aligned} \frac{z_s^{\text{slab}}}{Z_R} \equiv \Delta u &= \int_1^{(2C-1)^{-1}} \frac{dR}{\sqrt{2CR^{-1} - R^{-2} + 1 - 2C}} \\ &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{[(C-1)\sin\theta + C]^2}, \end{aligned} \quad (3-7)$$

其中最后一步已做积分变换 $\sin \theta = (1/R - C)/(C - 1)$ 。这个积分不能解析求解。故我们对不同的 C 将其做数值积分，并与柱对称几何情况下的曲线 $(C - 1)^{-1/2}$ 进行对比，作图 3-1(a)。由图可知 $z_s \gtrsim Z_R(C - 1)^{-1/2}$ ，且在 C 较大的情况下可以认为

$$z_s^{\text{slab}} \approx Z_R(C - 1)^{-1/2}. \quad (3-8)$$

图 3-1(b) 为 $C = 10$ 时 R 和 \dot{R} 的演化曲线。可以看到 R 的演化周期为 $2z_s$ 。故我们可以称 z_s 为自聚焦的半演化周期。

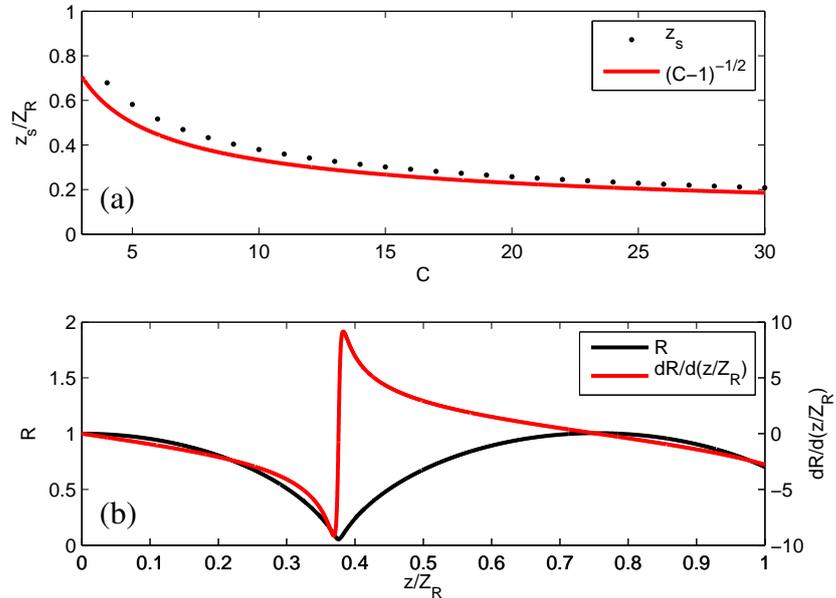


图 3-1 二维平板几何下激光包络半径演化曲线。(a) 半演化周期长度 z_s 随参数 C 的变化，以及其与柱对称几何情况下的对应解析值 $(C - 1)^{-1/2}$ 的对比。(b) 一个典型的 C 取值时的 R 和 \dot{R} 演化曲线。

3.2 激光在等离子体中自引导的匹配光斑半径

章节 3.1 的结论通常适用于弱相对论情况，即 $a_0 \lesssim 1$ ，此时等离子体电子仅对激光有相对论响应，而密度响应可以忽略。在强相对论情况 ($a_0 \gg 1$) 下，等离子体电子可被激光完全排空而形成空泡区域 [84]，则密度响应不可忽

略。在这种情况下，鲁巍等人在 2007 年根据有质动力与静电回复力平衡而提出了一个维像的匹配条件 $k_p W_0 = 2\sqrt{a_0}$ ，其中 $k_p = \omega_p/c$ ， W_0 和 a_0 分别为激光在等离子体中稳定传播时的光束半径和无量纲矢势大小。他们指出，在满足匹配条件时，激光脉冲能在等离子体中稳定传播数个瑞利长度 [22]。匹配的激光脉冲情况下激光由于自引导，能量利用率比较高，所以大多数研究采用了匹配条件。这一条件可以解释如下。

假设激光横向包络为高斯包络，即 $\hat{A}_L \propto a_0 \exp(-r^2/W_0^2)$ 。考虑 $a_0 \gg 1$ 条件下，有质动力导致激光能量中心所处位置的电子被完全排空形成空泡，距离中心轴 \hat{r} 处的激光横向有质动力为（见式 (1-34)）

$$\begin{aligned}\hat{F}_{pr}(\hat{r}) &= -\frac{\partial_{\hat{r}} \hat{A}_L^2}{4\gamma_0} \\ &\approx \sqrt{2}a_0 \frac{\hat{r}}{W_0^2} \exp(-r^2/W_0^2),\end{aligned}\quad (3-9)$$

其中根据式 (1-26)，假设激光振荡项远大于 1，并远大于其他项，得 $\gamma_0 \approx \hat{A}_L/\sqrt{2}$ 。与此同时由于电子排空而形成的正电荷背景对电子的吸引力为

$$\hat{F}_r(\hat{r}) = -\frac{1}{4}k_p^2 \hat{r}, \quad (3-10)$$

这里由于电子并非纵向被加速到接近光速，则仅考虑电场回复力，为式 (1-47) 的一半。可以维像的指出，若要保持激光的稳定传输，需要使得排空区域半径与光斑半径相等，即 $r_b = W_0$ ，且在 $r_b/2$ 处正电背景回复力与激光横向有质动力平衡，即 $\hat{F}_{pr}(\hat{W}_0/2) + \hat{F}_r(\hat{W}_0/2) = 0$ ，可得 $k_p W_0/\sqrt{a_0} \approx 2.1$ 。考虑到激光在空泡中不能保持高斯形式的横向包络，并且回复力不能完全不考虑磁场因素，这个比例系数可能与实际有差别。鲁巍等人通过三维模拟，认为这个系数应取 2，即激光在等离子体中自引导的匹配条件为

$$k_p W_0 = 2\sqrt{a_0}. \quad (3-11)$$

3.3 非匹配条件下的电离注入自截止现象及机制

我们用二维平板几何下的数值 PIC 模拟用飞秒激光束从左侧真空区域向右运动，进入氮气和氦气混合气体靶并持续向右运动，激发等离子体尾波并加速电子的物理过程 [85, 86]。气体靶初始时在最左端与真空有一个 $200 \mu\text{m}$

的交界区域，之后便是均匀密度的混合气体区域。我们使用了 OSIRIS 2.0 程序，并利用移动窗口技术使得气体靶可以是半无限的 [87]。模拟盒子尺寸为 $50 \times 100 \mu\text{m}^2$ ，每个网格尺寸为 $0.015625 \times 0.25 \mu\text{m}^2$ ，每两步之间时间间隔为 0.05 fs。在一系列模拟中，我们保持氦气密度为 $1.6 \times 10^{-3} n_c$ ，其中 $n_c = 1.745 \times 10^{21} \text{cm}^{-3}$ 是波长为 800 nm 的激光的临界密度。而氮原子密度 (n_N)，即氮气密度的两倍，在 $5 \times 10^{-6} n_c$ 与 $1 \times 10^{-4} n_c$ 之间变化。激光为 S 偏振的线偏振光，波长为 800 nm，半宽全高的脉冲长度为 $L_{\text{FWHM}} = 33 \text{fs}$ 。我们调节激光的矢势和腰斑半径，使得光束满足或者不满足自引导的匹配条件 [22]，研究不同参数下注入的区别。

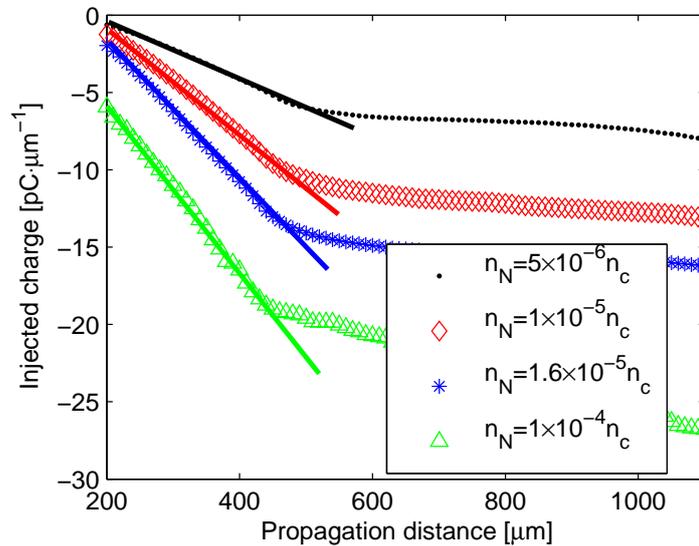


图 3-2 非匹配激光参数下注入电量与激光传播距离的关系曲线。仅考虑尾场中第一个空泡里的电量。不同形状的标记代表不同氮原子密度情况下的曲线，如图例所示。实线为传播距离为 $200 \mu\text{m}$ 到 $400 \mu\text{m}$ 之间的数据所拟合的直线。电量单位为 $\text{pC} \cdot \mu\text{m}^{-1}$ ，是因为在二维平板几何下，第三维的尺度是任意的。

首先是保持归一化的激光矢势不变 $a_0 = eA/mc^2 = 2.0$ ，且保持腰斑半径不变 $k_p W_0 = 7.594$ ，其中 $k_p = \omega_p/c$ 是等离子体尾波的波数，同时改变混合气体中氮气的比例。图 3-2 显示了不同氮气密度情况下模拟所得注入电量与与激光传播距离的关系曲线。由于在这些情况中，氮气占混合气体比例仅为 6.25% 甚至更低，氮气密度的改变对整体等离子体密度的改变可忽略不计。我们可以发现在这些情况中，注入电量几乎都在同一个传播距离上达到“饱和”

(大约是在 $400\ \mu\text{m}$ 到 $450\ \mu\text{m}$)。这一现象与以往的对电离注入的理解相悖。以往人们认为电离注入在整个注入级应该是持续不断的, 除非电离注入的足够多, 达到了空泡承受的上限 [88]。根据空泡里所能承载的上限电量估算公式 $N \simeq 2.5 \times 10^9 \lambda[\mu\text{m}]/0.8 \cdot \sqrt{P[\text{TW}]/100}$ 来看 [22], 这里的模拟参数情况下空泡应该最多应该能承载 $249\ \text{pC}$ (或者在二维平板几何下的 $36\ \text{pC}/\mu\text{m}$, 如果假设第三维度上束尺寸约为 $7\ \mu\text{m}$ 的话) 的电量。我们模拟所得的“饱和”电量还未达到理论饱和值。

为了解答是什么导致注入的提前截止, 我们在图 3-3 中画出了两个不同时刻的尾场, 激光场, 和伪势。从基于等离子体的加速器的准静态模型中我们知道, 电离注入发生的条件为内层电子有效电离起始位置到尾场伪势底部的势差满足 $\Delta\psi \geq 1$ 。在我们的模拟参数条件下, 平均加速梯度大约为 $0.25\ \text{MV}/\mu\text{m}$, 而尾场发生显著演化的距离尺度约为 $100\ \mu\text{m}$, 因此注入发生的时间尺度远小于尾场演化的时间尺度, 所以在我们的参数下可以使用准静态模型。图 3-3(a) 和 3-3(c) 中显示了我们选取的第一个时间点的情况 (传播距离为 $200\ \mu\text{m}$), 此时激光脉冲还是近似于初始的高斯脉冲包络, 而且它所激发的尾场的 $\Delta\psi$ 足够大, 可以允许电离注入的发生。但是在图 3-3(b) 和 3-3(d) 所示的第二个时间点处 (传播距离为 $450\ \mu\text{m}$), 激光发生比较强烈的自聚焦和形状改变, 它的包络变成了钟形 (激光前沿变陡), 同时它的电场强度峰值相对于入射进气体靶之前增加了约 45%。这个较强的激光脉冲激发了比较强的尾场 (见图 3-3(d))。伪势最低处被抬升, 这使得 $\Delta\psi$ 变小, 电离注入条件 ($\Delta\psi \geq 1$) 不再得到满足。这就是电离注入截止的原因。因为在这些模拟中氮的比例很低, 激光脉冲演化只由背景等离子体所影响, 所以这四个模拟中的激光脉冲演化基本相同。这就是为什么尽管改变了氮的密度, 注入截止的位置任然基本上在同一处的原因。

当满足匹配条件式 (3-11) 时, 激光可以稳定传播的距离大大超过瑞利长度 [22]。下面我们将对比不同激光参数 (不同的 a_0 和 W_0) 情况下电离注入速率的区别。氮、氦比例固定到一个很小的数 $n_{\text{N}}/n_{\text{He}} = 0.1\%$, 从而可以忽略注入电量造成的束负载效应。为了在二维平板坐标下保持同样的功率, 我们在接下来的模拟案例中保持 $a_0^2 W_0$ 为常数 (对应于三维空间中的非对称光斑的情况)。

图 3-4(a) 显示了不同激光参数下的电离注入量随距离的变化。 $a_0 = 2.4$,

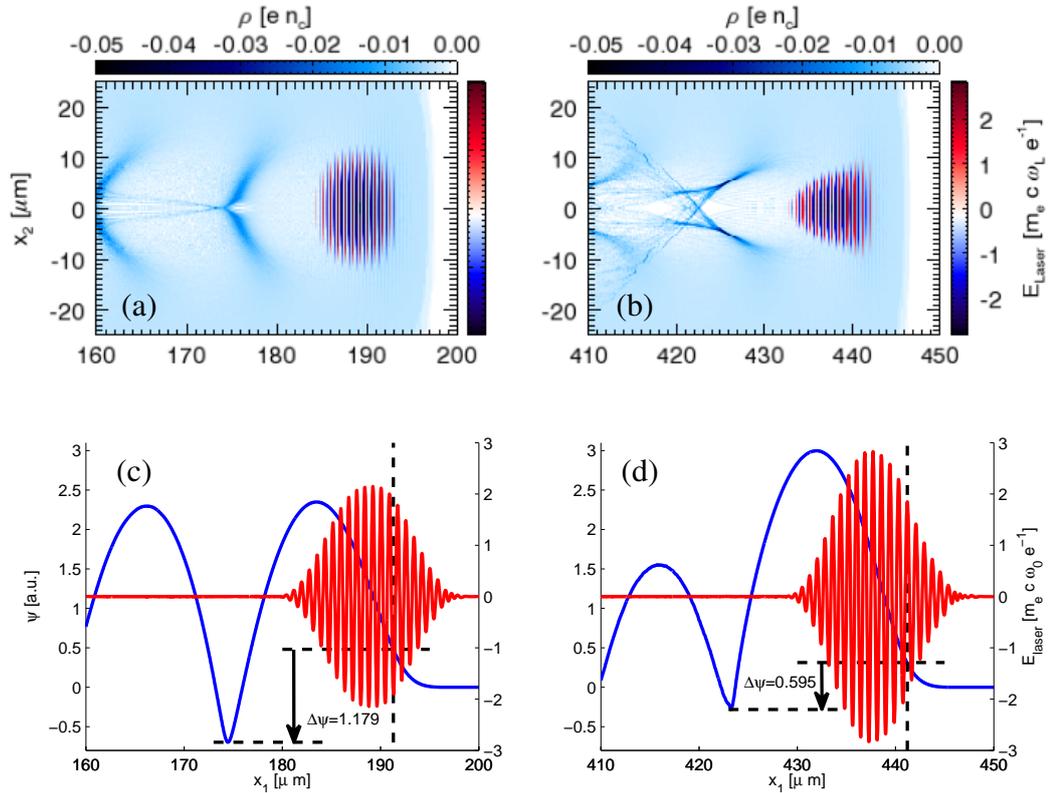


图 3-3 (a) 和 (b) 为在激光传播距离分别为 $200 \mu\text{m}$ 和 $450 \mu\text{m}$ 上，电子密度和激光电场强度的分布。(c) 和 (d) 为上述两个传播距离上激光 (红实线) 和伪势 (蓝实线) 的轴向线分布。密度归一化到 n_c ，电场归一化到 $E_0 = m_e c \omega_L e^{-1} = 4 \times 10^{12} \text{ V/m}$ 。黑虚线显示了从氩原子 K 壳层有效电离起始点，到伪势最底部的势差 (两个时刻势差分别为 $\Delta\psi = 1.179$ 和 0.595)。

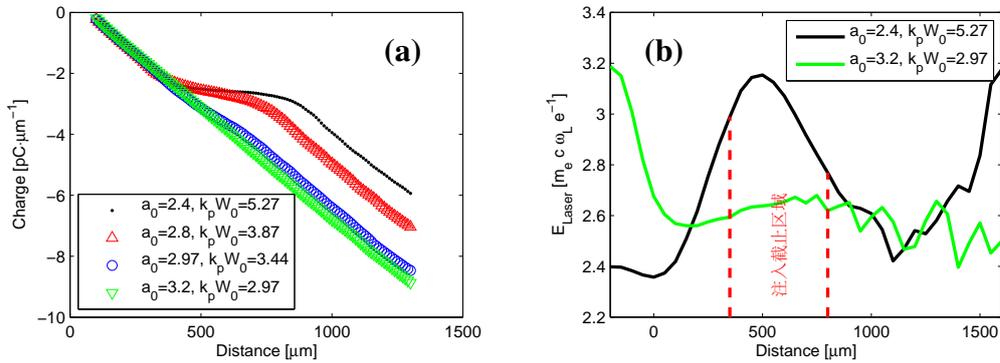


图 3-4 (a) 改变激光归一化矢势 a_0 和半径 W_0 ，注入电量随激光传输距离改变的曲线。数据来自二维平板几何下的 PIC 模拟。为了在改变 a_0 和 W_0 的情况下，保持二维平板几何下激光功率不变，我们控制 $a_0^2 W_0$ 为常数。(b) 两种情况下激光峰值强度的演化曲线：黑实线为 $a_0 = 2.4$ ， $k_p W_0 = 5.27$ 的情况；绿实线为 $a_0 = 3.2$ ， $k_p W_0 = 2.97$ 的情况。两根红色虚线之间的区域为黑实线的情况里注入被抑制的区域。

$k_p W_0 = 5.27$ 的情况显示在 $400 \mu\text{m}$ 之后存在一个明显的注入抑制区域。 $a_0 = 2.97$ ， $k_p W_0 = 3.44$ 则是理论上最匹配的参数，但是 $a_0 = 3.2$ ， $k_p W_0 = 2.96$ 的情况下注入电量的变化最符合线性的特点。这点与理论的匹配条件有差异，原因是理论匹配条件是在比较大的 a_0 情况下得到的，而我们所用的 a_0 不是非常大。图 3-4(b) 显示了轴向电场峰值变化曲线。我们可以看到，在最不匹配的情况下 ($a_0 = 2.4$)，电离注入的发生呈现周期性。这是因为激光脉冲在等离子体中周期性的聚焦和散焦，导致的空泡周期性的演化。两条竖直的红色虚线标识了此情况下电离注入被抑制的区域范围。在模拟中也可以看到在第一个空泡中有两团注入的电子束，它们分别来自左右两个非抑制的注入区域。最终的能谱显示了一个高能区的准单能峰，和低能区的暗电流背景，与之前一些实验中所得结果类似。但是在之前的实验中，这一现象多被解释为不同能量范围的电子来自不用的空泡。

我们在图 3-5 中比较了上述两种情况下的相空间分布和能谱图。当采用非匹配的激光脉冲时，注入电量近乎减半，但是能散却大大得到了优化，我们可以看到电离注入产生的单能电子束 (图 3-5(a) 和 3-5(c))。额外的模拟证明在非匹配的激光参数下，适度的增加氮原子密度 n_N 可以弥补电量减少的损失，同时保持电子束的单能性。在氮气混合比例小于 1% 时，注入电量近乎随 n_N 线性增加。而在匹配的激光参数下，由于注入是持续的，被加速的电子束在

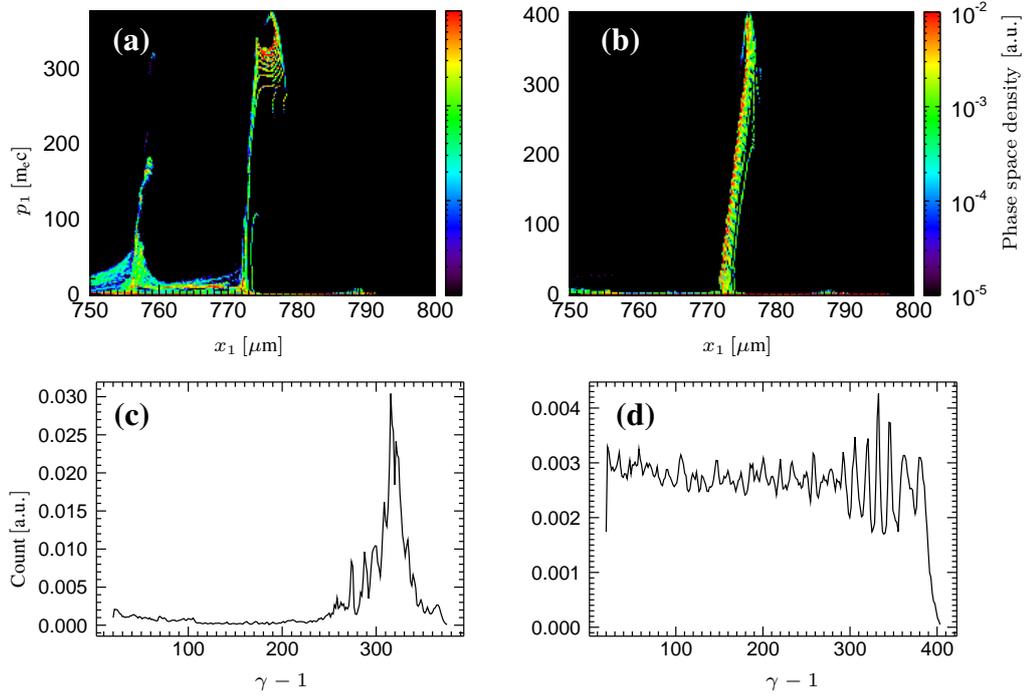


图 3-5 注入电子的相空间 ((a) 和 (b)) 以及能谱图 ((c) 和 (d))。 (a) 和 (c) 为 $a_0 = 2.4$, $k_p W_0 = 5.27$ 的情况, (c) 和 (d) 为 $a_0 = 3.2$, $k_p W_0 = 2.96$ 的情况, 即它们分别为图 3-4(a) 中黑点和绿三角形所代表的情况。

相空间中是连续的, 从能谱图上看, 能散也可以认为是 100% (见图 3-5(b) 和 3-5(d))。

3.4 有效注入距离的优化及高品质电子束产生

通过计算自聚焦的理论半演化周期, 我们可以估算自聚焦的长度, 从而优化注入电子束的品质。由章节 3.2 中讨论可知, 理论的半演化周期, 在三维柱对称或二维柱几何下为式 (3-3), 而在二维平板几何下为式 (3-7) 或 (3-8)。如果我们定义一个注入截止距离 z_{cut} , 通过大量的 PIC 模拟对照, 我们发现 $z_{\text{cut}} \approx z_s$, 即在三维柱对称或二维柱对称几何下

$$z_{\text{cut}} \approx Z_R \left(\frac{a_0^2 k_p^2 W_0^2}{32} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (3-12)$$

而在二维平板几何下

$$z_{\text{cut}} \approx Z_{\text{R}} \left(\frac{\sqrt{2}a_0^2 k_{\text{p}}^2 W_0^2}{32} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (3-13)$$

比如说, 由图 3-4 中第一组参数 $a_0 = 2.4$, $k_{\text{p}}W_0 = 5.27$ 计算得到的截止距离为 $z_{\text{cut}} = 449 \mu\text{m}$, 这此图中实际的截止距离相吻合。由之前的参数 $a_0 = 2$, $k_{\text{p}}W_0 = 7.594$ 计算得到的截止距离为 $z_{\text{cut}} = 373 \mu\text{m}$, 这与图 3-2 中的注入截止距离相吻合。下一步, 我们在这一组参数的基础上, 保持三维功率不变 ($P = 39 \text{ TW}$, 因此 $a_0 k_{\text{p}}W_0 = 15.2$), 而稍微增加 a_0 , 从而使得 z_{cut} 随之减少。但由于电离注入的特性, a_0 不能过大, 否则会抑制电离注入的发生。通过一系列模拟, 我们发现当 $a_0 > 2.9$ 时电离注入显著减少。因此下面我们选定 $a_0 = 2.9$, 相应的 $k_{\text{p}}W_0 = 5.24$, 此时计算得到 $z_{\text{cut}} = 178 \mu\text{m}$ 。用这组参数的 PIC 模拟显示, 实际的截止距离为 $187 \mu\text{m}$, 与理论计算十分接近。最终产出的电子束在加速距离为 1.4 mm 时具有电量 14.58 pC , 中心能量 $E = 383 \text{ MeV}$, 能散 $\Delta E_{\text{FWHM}}/E = 3.33\%$ (如图 3-6(a) 所示), 归一化的发射度 $3.12 \text{ mm} \cdot \text{mrad}$ 。在这个参数优化的模拟中, $a_0 = 2.9$, $W_0 = 11.69 \mu\text{m}$, 气体靶中氦密度 $n_{\text{He}} = 2.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, 氮密度 $n_{\text{N}} = 8.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。

在实际情况下, 激光脉冲演化是一个三维的物理过程, 所以我们需要用三维模拟来检验上述电离注入自截止是否会真实发生。一个参数部分优化的三维模拟结果显示在图 3-6(b) 至 3-6(d)。在这个模拟中, 电子束具有 25.5 pC 的电量和 8% 的半宽全高能散。我们注意到三维情况下电子束能散稍大于二维情况, 并且在传播距离为 $200 \mu\text{m}$ 处注入只是突然减缓, 而不是完全截止 (图 3-6(c))。这是因为三维柱对称的激光相比二维平板几何下的激光来说演化有所不同, 故我们需要针对三维做进一步参数优化。尽管如此, 三维结果的能谱图显示的准单能性仍然验证了我们方案的可行性。

3.5 小结

在这一章中, 我们首先通过理论分析得到了一个激光在等离子体中传输时的自聚焦半演化周期 (式 (3-3) 和 (3-8)), 然后讨论了电离注入的基本理论, 接着演示并说明了自聚焦导致电离注入截止的现象, 最后证明注入截止距离就近似等于自聚焦半演化周期, 并给出了获得更低输出电子束能散的参数优化方

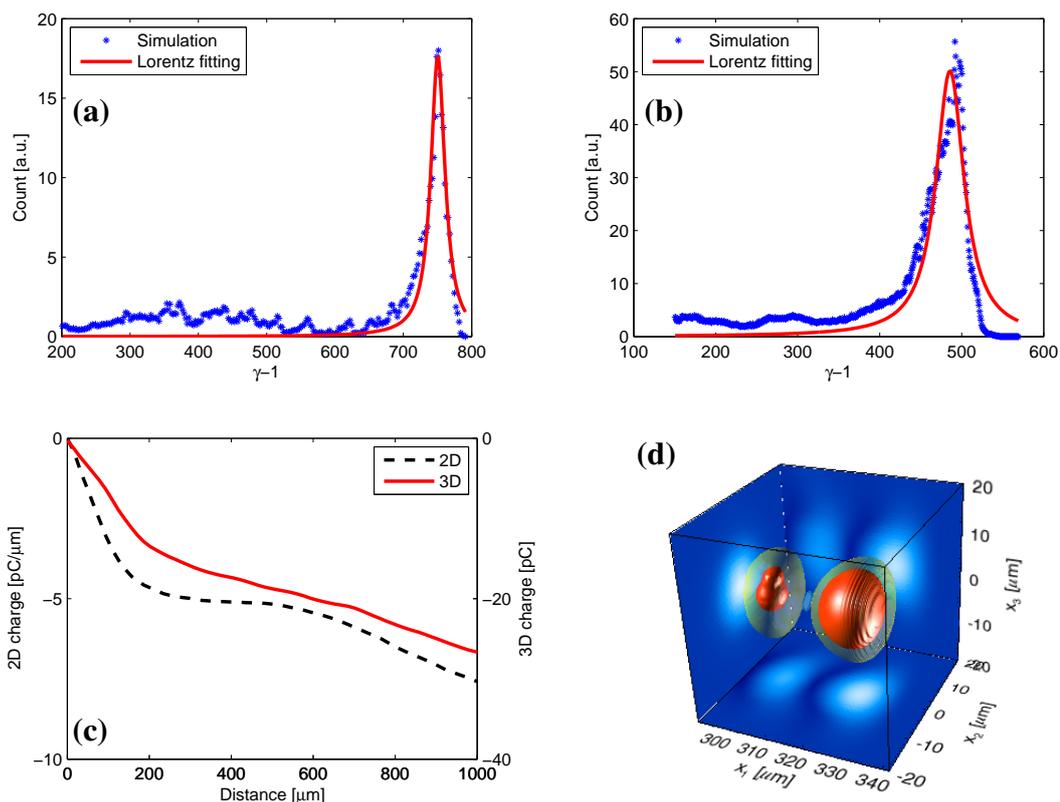


图 3-6 参数优化后的二维平板几何模拟，以及三维模拟。(a) 二维模拟所得输出电子束能谱，使用优化后的激光参数 $a_0 = 2.9$, $k_p W_0 = 5.228$ 。(b) 三维模拟所得输出电子束能谱，使用的参数为，氦气密度 $n_{\text{He}} = 8 \times 10^{-4} n_c$ ，归一化激光矢势 $a_0 = 2.3$ ，归一化腰斑半径 $k_p W_0 = 4.066$ 。能谱在加速距离为 1.56 mm 处测量。(c) 上述二维和三维模拟中注入电子束的电量随激光传播距离的变化。(d) 三维模拟中尾场伪势 ψ 的等值面图，以及它向各个侧面的投影图。三维模拟中整个模拟盒尺寸与二维模拟相同，但是图中只显示了中心区域。

向。在 100 太瓦级激光器，百兆电子伏量级的加速领域，我们的电离注入自截止的方案提供了一种较简便的获得高品质电子束的方法。相对于两级加速的方案来说，我们的方案只需一级，装置更简便，而有效注入距离更短，甚至可以低于 200 微米，这个长度之细微是目前两级加速不可能达到的 [64, 65]。这也就是我们的方案能比两级加速获得的电子束能散低的原因。值得一提的是，我们的方案可行性已经在实验上获得验证 [89]。同时对自聚焦距离的理论估算也得到了同行的验证 [90]。

在上述实验验证中，李松等人将波长为 800 nm，脉宽为 30 fs，峰值功率为 28 至 36 TW 的激光聚焦到 20 至 30 μm （从而焦点处激光归一化矢势强度为 1 到 1.6 之间），打入低于 1% 参杂浓度的氦氮混合气体靶（氮气为少数）。由于此光强远大于氦气的完全电离阈值，激光预脉冲即可将氦气和氮气的外层电子完全电离形成等离子体，实验中估计等离子体密度为 3.3 至 $8.5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ （可通过气体喷嘴压强调节）。可知此条件下满足自引导匹配条件的光斑半径小于 10 μm ，而实际腰斑半径为它的两到三倍，则激光在进入等离子体后即同时发生电离注入与显著的自聚焦。以往类似的电离注入实验中并没有强调采取较大的腰斑半径，即大于匹配光斑半径的腰斑半径，其输出电子束往往来源于连续注入，所以只能获得连续能谱 [55–57]。甚至于采取两级加速的实验，由于机械制造极限的约束，其注入级长度也无法做到足够小，从而能散最低只能降为 10% 的量级 [64, 65]。而在李松等人的实验中，由于采取了非匹配的光斑半径，即使只采取单级混合气体靶，能散也能得到有效控制。在一个还未发表的工作中，李松等人将这个实验做了进一步改进，能散可降至 4% 左右；同时他们还将这一想法运用到 120 TW 激光脉冲驱动的实验之中，得到了峰值能量超过 1 GeV，同时能散为 7% 的电子束，这在单级的电离注入实验中是一个突破。

第四章 双色激光诱导电离注入产生多束单能电子束

X 射线作为一种人类探测物质世界本质的工具，在当今的科技社会里越来越大的发挥了它的作用。在各个领域，多种多样的 X 射线源正扮演着不同的角色。具有亮度可调性，光谱范围可调性，脉冲可调性，以及时空相关性的 X 射线源正在科学探索领域，医药领域，和工业应用领域成为极为重要的工具。为了扩展其应用范围，人们用过不断的努力将 X 射线推向新的高度，近期的成果例如超过 10 keV 的相干 X 射线 [91, 92]，阿秒脉冲 [93]，双色硬 X 射线 [94]，等。但是，目前大部分这类光源是基于传统的射频加速器获得粒子源。人们急需与基于传统加速器的光源在品质上相当，但体积更小而且造价更低的 X 射线装置。近期，激光尾场加速器（或称激光加速器）为新一代小型离子加速器的诞生提供了可能性 [3]。在激光加速器中，单束或多束粒子束可以同时产生，以适用不同的应用 [25, 27, 95]。基于激光加速的小型、低造价 X 射线以及 γ 射线同样得到了重视 [96–99]。

尽管在过去十年中激光加速研究已获得了长足的进展 [14, 40, 100–103]，人们普遍承认在其大规模应用之前，其输出粒子束的质量和稳定性还需要大幅提高。而注入过程则是提高粒子束质量的关键因素。近期人们已经提出了一些有价值的注入方案。比如 Davoine 等人提出用光学冷注入方案来获得极低能散的电子束，他们的方案可行性是由二维模拟证实的 [51]。除此之外，使用混合气体靶的电离注入，由于其装置的简便，被证明是一个极具吸引力的方案（见章节 2.1） [55–62, 68, 69, 71, 73]。在这个方案中，输出电子束能散往往与注入级的长度正相关 [63–65]，除非使用了额外技术，比如章节 3.3 提到的利用激光自聚焦使得注入自动截止 [83]。

在本章中，我们将讨论产生极低能散的电子束的另一种方案，其产生的电子束从能谱上看可以是一个单能峰，也可以是多个等间距的单能峰。简单来说，我们使用了具有两个频率成分的激光束来激发间断的电离注入，从而使得有效注入距离极短。使用 OSIRIS 的一维 PIC 模拟结果显示，有效注入距离可以缩短到 100 μm 的量级，这使得能散可以降到 1% 或更低。如果满足一定的

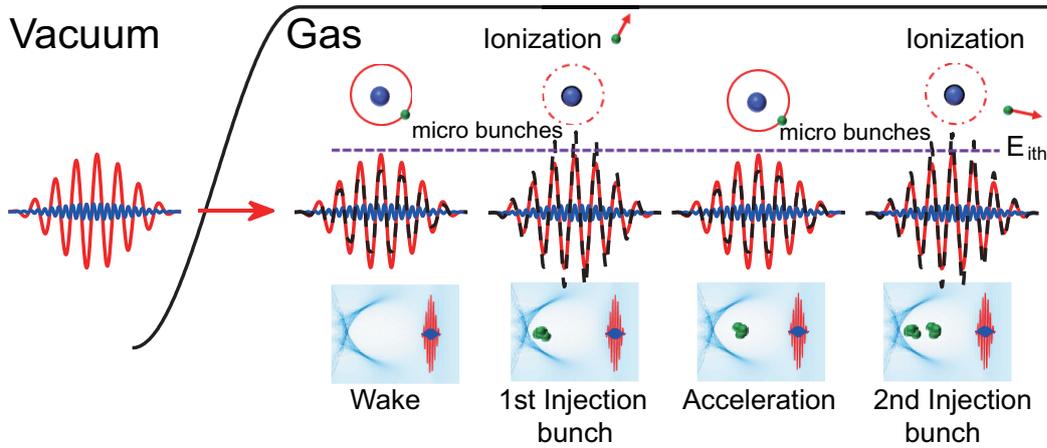


图 4-1 双色激光驱动的激光加速器周期性电离注入的示意图。一束频率为 ω_1 (红色振荡曲线) 的激光脉冲与它的频率为 ω_2 (蓝色振荡曲线) 的谐波脉冲共同在混合气体中传播。黑色虚线显示了这两个频率成分叠加后的曲线。激光两个成分的强度参数只能在小范围内选择, 使得在这两个成分在峰值叠加的时候能够开启电离注入, 而在它们峰谷相消的时候关闭电离注入。图中 E_{ith} 显示了混合气体中含有的高原子序数原子内壳层的有效电离阈值。

条件, 也可以产生多个等能量间距的单能电子束 [104]。

图 4-1 为这一方案的示意图。一束基频的激光脉冲用于驱动含空泡结构的尾场加速器 [22, 84, 105]。另一束为它的谐波, 但强度较小的脉冲与之伴随传播, 调节基频激光的峰值强度, 扮演了高原子序数的原子内壳层电子电离扳机的角色。由于等离子体中存在色散, 这两个频率成分的相速度不同, 使得峰峰重叠和峰谷重叠可以交替出现。通过调整这两个频率成分的强度, 让内壳层电子的电离仅在峰峰重合的情况下有效的发生, 可以使得扳机规律性的处在激发与非激发状态。

4.1 双色激光传输演化模型以及优化参数的选择

为了理解双色激光的电离扳机机制, 我们首先研究双色激光在等离子体中的传播。考虑两个平面波, 它们的无量纲矢势可以写为 ($i = 1, 2$)

$$a_i(z, t) = a_{i0} \sin(\omega_i t - k_i z + \phi_i), \tag{4-1}$$

其中 a_{i0} 为归一化到 $m_e c/e$ 的激光矢势峰值强度, ω_i 是两个成分的频率, k_i 是他们的波数, ϕ_i 是他们的初始相位。在线性情况下, 他们的频率和波数

满足线性色散关系 $\omega_i^2 = \omega_p^2 + c^2 k_i^2$ (见式 (1-36))。当满足稀薄等离子体条件时 ($\omega \ll \omega_p$)，激光相速度可以展开为 $\omega_i/k_i = c [1 - \frac{1}{2}(\omega_p/\omega_i)^2]^{-1}$ 。将这个相速度表达式带入式 (4-1)，将自变量改写为以光速运动的参考系下的变量 $\xi = \omega_1(t - z/c)$ 及 $s = z\omega_1/c$ ，将频率归一化到 ω_1 ，时间归一化到 ω_1^{-1} ，长度归一化到 c/ω_1 ，则激光的无量纲矢势可以写为

$$\begin{aligned} a_1(\xi, s) &= a_{10} \sin\left(\xi + \frac{1}{2}\hat{\omega}_p^2 s + \phi_1\right), \\ a_2(\xi, s) &= a_{20} \sin\left(\hat{\omega}_2 \xi + \frac{1}{2}\frac{\hat{\omega}_p^2}{\hat{\omega}_2} s + \phi_2\right). \end{aligned} \quad (4-2)$$

相对应的，激光的电场强度归一化到 $m_e \omega_1 c/e$ ，可以表达为

$$\begin{aligned} \hat{E}_1(\xi, s) &= a_{10} \cos\left(\xi + \frac{1}{2}\hat{\omega}_p^2 s + \phi_1\right), \\ \hat{E}_2(\xi, s) &= a_{20} \hat{\omega}_2 \cos\left(\hat{\omega}_2 \xi + \frac{1}{2}\frac{\hat{\omega}_p^2}{\hat{\omega}_2} s + \phi_2\right), \end{aligned} \quad (4-3)$$

而总的电场强度由 $\hat{E}(\xi, s) = \hat{E}_1(\xi, s) + \hat{E}_2(\xi, s)$ 给出。作为示例，我们先选择 $\hat{\omega}_2 = 2$ ， $\hat{\omega}_p = 0.01$ ， $a_{20}/a_{10} = 1/4$ ，将电场的演化作图 4-2(a)。我们可以发现改变 ϕ_1 和 ϕ_2 只是将图 4-2(a) 中的图案上下或左右移动而已。而图案关于 s 的变化周期为

$$\Delta s = \frac{4\pi}{\hat{\omega}_p^2 \left(\hat{\omega}_2 - \frac{1}{\hat{\omega}_2}\right)}, \quad (4-4)$$

其推导方法如下。由于 ϕ_1 与 ϕ_2 并不影响 Δs ，且计算周期时的起始参考点可以是任意的，故为了方便起见，我们在式 (4-3) 中令 $\phi_1 = \phi_2 = 0$ ，并选取两个频率的振荡曲线处于峰峰重叠处为参考点，如图 4-3 所示。我们假设处在图左侧状态时 $s = 0$ ，且基频激光与谐波激光的峰值 1 重合处 (箭头所指处) 有 $\xi = \xi_0$ 。而在等离子内传播一段距离之后，由于色散效应，谐波相位将会超前于基频的相位，当到达图右侧所示位置时基频激光的峰值与谐波激光的峰值 2 相重合，假设重合处 $\xi = \xi_1$ 。若峰值 1 与峰值 2 为谐波相邻的峰值，则经过的距离应刚好为 Δs 。考虑到激光电场的具体形式为余弦波 (式 (4-3))，我们可以发现 $\xi_0 = 0$ 是图 4-3 左侧图形的一个解，即峰峰重合处对于两个频率来说电场相位都为 0。而当演化到图 4-3 右侧时，峰峰重合处基频激光相位仍然为 0，

但谐波相位则应该为 -2π 。即我们可以写出方程组

$$\begin{aligned} \xi_1 + \frac{1}{2} \hat{\omega}_p^2 \Delta s &= 0, \\ \hat{\omega}_2 \xi_1 + \frac{1}{2} \frac{\hat{\omega}_p^2}{\hat{\omega}_2} \Delta s &= -2\pi, \end{aligned} \tag{4-5}$$

解这个方程组即得式 (4-4)。

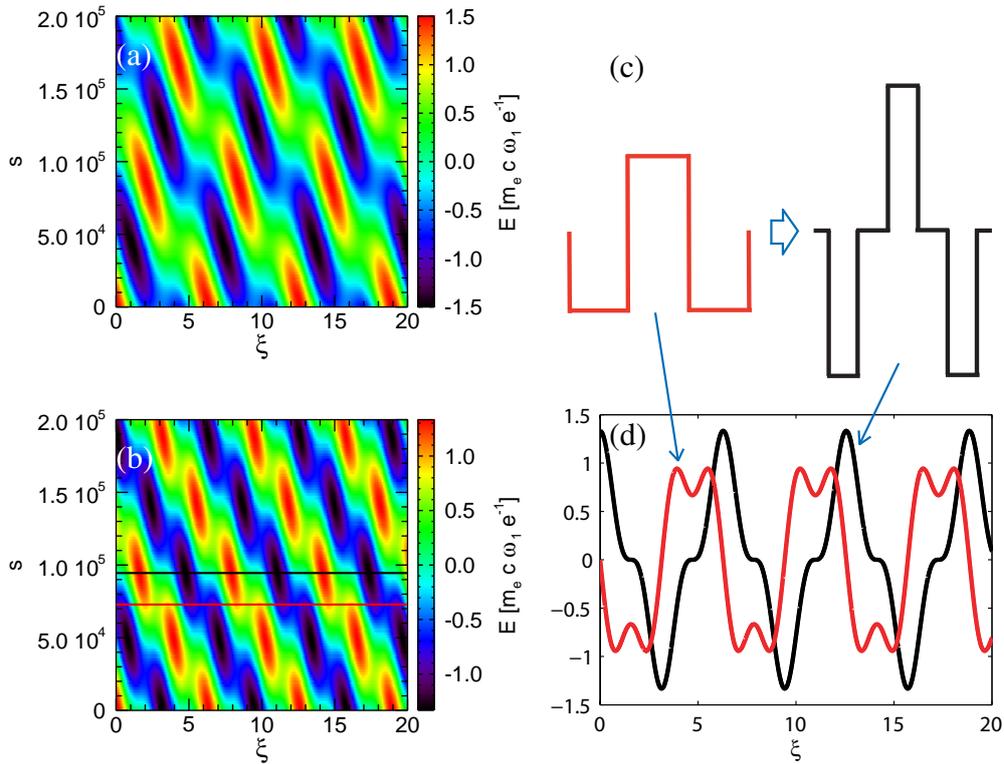


图 4-2 根据式 (4-3) 作出的等离子体中传播的双色激光电场演化图。(a) 参数为 $a_{10} = 1$, $a_{20} = 1/4$, $\omega_2/\omega_1 = 2$, $\omega_p/\omega_1 = 0.01$ 。(b) 参数为 $a_{10} = 1$, $a_{20} = 1/9$, $\omega_2/\omega_1 = 3$, $\omega_p/\omega_1 = 0.01$ 。(c) 使用 SWBL 组合原因的示意图。(d) 在 (b) 中选取的两个截线 (黑线和红线) 上电场值的振荡曲线。这两条截线都是选取 s 为定值。

我们只考虑 $\hat{\omega}_2 a_{20} \leq a_{10}$ 且 $\hat{\omega}_2$ 为大于 1 的整数的情况，优化参数 a_{20}/a_{10} 和 $\hat{\omega}_2$ 来达到最佳效果。假设在某个 s 处电场 $E(\xi, s)$ 的峰值 (固定 s 时电场绝对值的最大值) 为 $E_{\text{peak}}(s)$ ，而峰值的最大值在 $s = s_1$ 处取得，即 $E_{\text{peak}}|_{\text{max}} = E_{\text{peak}}(s_1)$ ，它的最小值在 $s = s_2$ 处取得，即 $E_{\text{peak}}|_{\text{min}} = E_{\text{peak}}(s_2)$ 。则为了使电

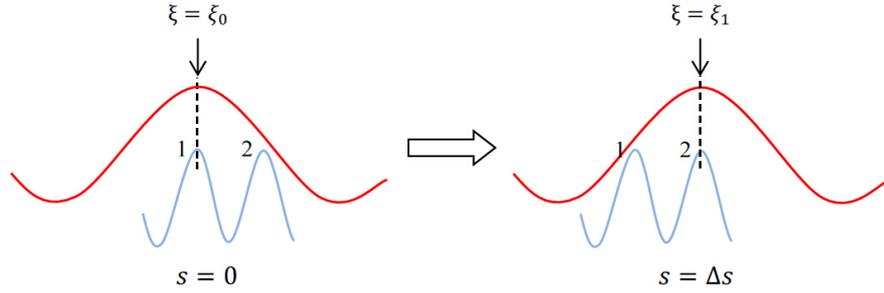


图 4-3 推导色散引起的双色激光强度变化周期 Δs 的示意图。红线表示基频（频率为 ω_1 ）激光的电场振荡曲线，蓝线表示其谐波（频率为 ω_2 且 ω_2/ω_1 为大于 1 的整数）的电场振荡曲线。取两波峰重叠处为周期计算的参考点。

离注入扳机达到最佳效果，我们的优化问题为，调整 a_{20}/a_{10} 和 $\hat{\omega}_2$ 使得比例

$$R(a_{20}/a_{10}, \hat{\omega}_2) \equiv \frac{E_{\text{peak}}|_{\text{max}}}{E_{\text{peak}}|_{\text{min}}} = \frac{E_{\text{peak}}(s_1)}{E_{\text{peak}}(s_2)} \quad (4-6)$$

达到最大值。

很容易看出 $E_{\text{peak}}|_{\text{max}} = a_{10} + a_{20}\hat{\omega}_2$ ，但是我们无法解析的得到 $E_{\text{peak}}|_{\text{min}}$ 的表达式。这里我们可以运用一个窍门。从式 (4-3) 中我们可以看出，尽管色散改变了总电场的分布，它无法改变 $\langle E^2(\xi, s) \rangle$ （功率对 ξ 做平均）的值。考虑到对于不变的平均功率来说，最“平”的振荡波形是方波（换言之，固定平均功率的情况下，在所有波形中，方波具有最小的峰值功率），因此我们认为在 $s = s_2$ 处总电场应该接近于方波。而此波在 $s = s_1$ 处，由于色散，仍然可以形成尖峰的形状（如图 4-2(c) 所示）。但是我们不可能只用两个频率组成方波。不过我们可以使用方波的一个很好的近似，就是方波的前两级傅立叶展开，即 $\hat{\omega}_2 = 3$ ， $a_{20}/a_{10} = 1/9$ ，如图 4-2(d) 所示。我们可以看到，方波的前两级傅立叶展开已经能够比较好的反应方波的特点，即具有比较平缓的功率分布。我们也可以尝试其他的参数来验证。表 4-1 为部分参数的测试结果，可以发现类方波的 1 : 3 比例确实可以使得 R 达到最大。我们把具有这样组合方式的双色激光称为类方波双色激光 (SWBL)。在这种组合下， $E_{\text{peak}}|_{\text{max}} = \frac{4}{3}a_{10}m_e c \omega_1 e^{-1}$ ， $E_{\text{peak}}|_{\text{min}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}a_{10}m_e c \omega_1 e^{-1}$ 。

基于类方波双色激光的特殊性质，我们可以用它来控制电离注入的激发。如果我们控制它的强度使得

$$E_{\text{peak}}|_{\text{min}} < E_{N^{5+}} < E_{\text{peak}}|_{\text{max}}, \quad (4-7)$$

表 4-1 部分双色激光组合方式下的峰值强度最大变化比值

R	$\frac{a_{10}}{a_{20}\hat{\omega}_2}$	1	2	3	4	5
	$\hat{\omega}_2$					
	2	1.1363	1.1547	1.1478	1.1354	1.1229
	3	1.2990	1.3943	1.4142	1.4028	1.3778
	4	1.0372	1.0474	1.0507	1.0515	1.0510
	5	1.1015	1.1346	1.1481	1.1534	1.1547

其中 $E_{N^{5+}}$ 是已被剥去外层电子的 N^{5+} 离子的有效电离阈值，则电离注入将只会在分段的小区域内发生。

4.2 类方波双色激光间断电离注一维模拟

在图 4-4 中我们给出上述分段多次注入的一维模拟。 ω_1 设置为 800 nm 激光的频率，而 $a_{10} = 1.6$ 。激光脉冲具有 \sin^2 包络，半高全宽脉宽为 33 fs。背景等离子体主要由氦气预电离产生，其密度为 $n_p = 1.6 \times 10^{-3}n_c$ ，其中 n_c 为 800 nm 激光的临界密度。提供注入的气体是氮，其原子密度为 $n_N = 1.6 \times 10^{-7}n_c$ 。图 4-4(a) 中可以看到分段多次注入的效果。图 4-4(b) 中的曲线表示理论和模拟得到的激光峰值强度演化。在传播超过一定距离后，模拟和理论有一定差别。这种差别是因为等离子体响应以及非线性激光频率改变 [106]。为了控制注入电子束的数目，我们把注入级长度控制在 1 mm。这样的长度在实验上已经是可行的了 [65]。

在加速距离为 4860 μm 处我们总共可以看到三束能谱上分离的电子束，如图 4-4(c) 所标，分别对应了图 4-4(a) 和 4-4(b) 中的三个标号。每一次注入长度都被限制在 100 μm 到 200 μm 之间。在这一个例子中，第二束电子具有最小的能散，其数值为半高全宽 0.29%，在距离为 4860 μm 处取得；而其他两束也会在他们各自的优化距离处取得，但数值略大于 0.29%。值得注意的是即使对于不同的电子束来说优化加速距离不同，我们这一方案仍然具有很强的可行性，因为电子束会在比较长的一段加速距离里保持较低能散，这一点在多维情况下更加明显。

对于上述双色激光拍频电离注入来说，两个频率成分的初始相位可能会影响注入过程。不失一般性的，我们令 $\phi_1 = \phi_2 \equiv \phi$ ，让 ϕ 从 0° 变化到 135° ，这

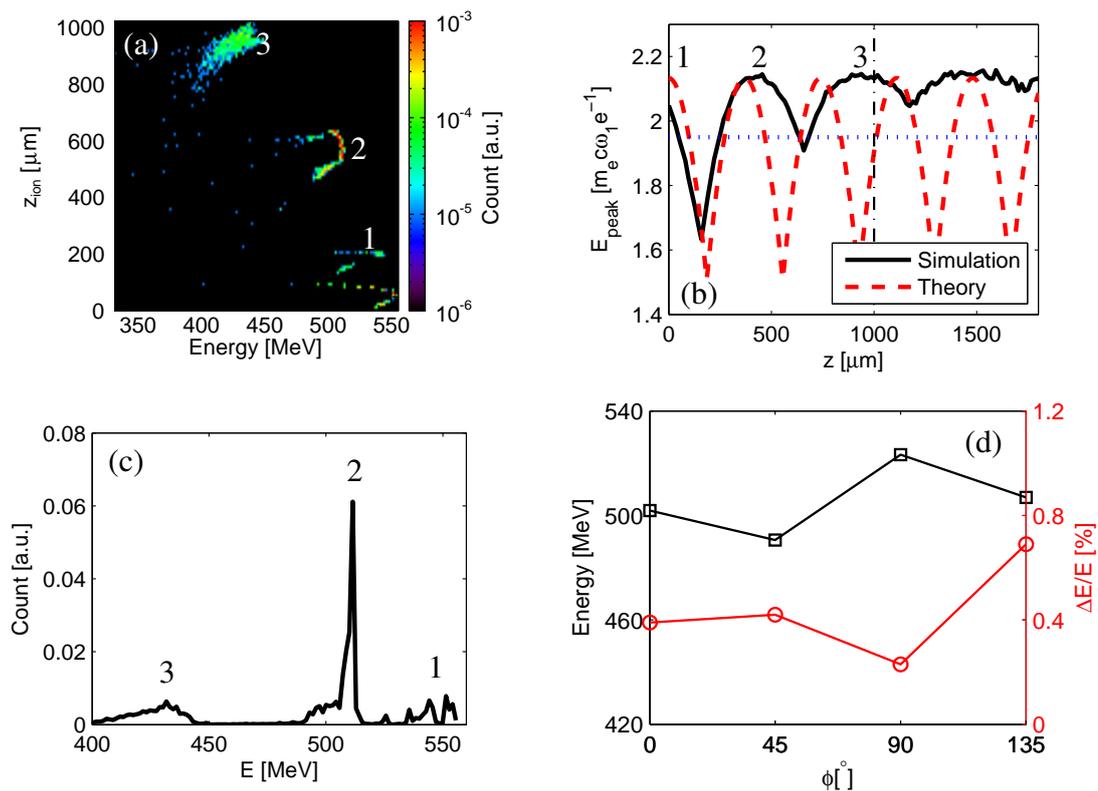


图 4-4 类方波双色激光电离注入的一维模拟。(a) 诊断点处的注入电子能量与它们被电离释放时的位置关系的相图。(b) 类方波激光峰值演化。蓝色点线为估计的有效电离阈值。黑色点划线是从混合气体到纯氮气的分界线。(c) 电子束在激光传播距离为 $4860 \mu\text{m}$ 时的能谱图, 在这个距离上能散演化到最小, 我们测得其半宽全高能散为 0.29%。(d) 改变初始激光相位 ϕ , 电子束能量和能散的变化图。

种变化可以改变激光电场到达 $E_{\text{peak}}|_{\text{max}}$ 的位置。输出电子束能量和能散在加速距离为 $4800 \mu\text{m}$ 处的值作在图 4-4(d) 上。我们可以看见，在固定加速距离的情况下，对于一束电子束来说，它的中心能量的上下浮动在 30 MeV 左右，这个浮动值即是图 4-4(c) 中相邻两束电子束的中心能量差。这一能量浮动来自于在不同初始相位的情况下，内壳层电离起始位置的差别。尽管如此，我们仍然可以看到这些模拟的输出电子束具有良好的束品质，不管初始相位如何，它们的能散可以控制在 1% 以下。

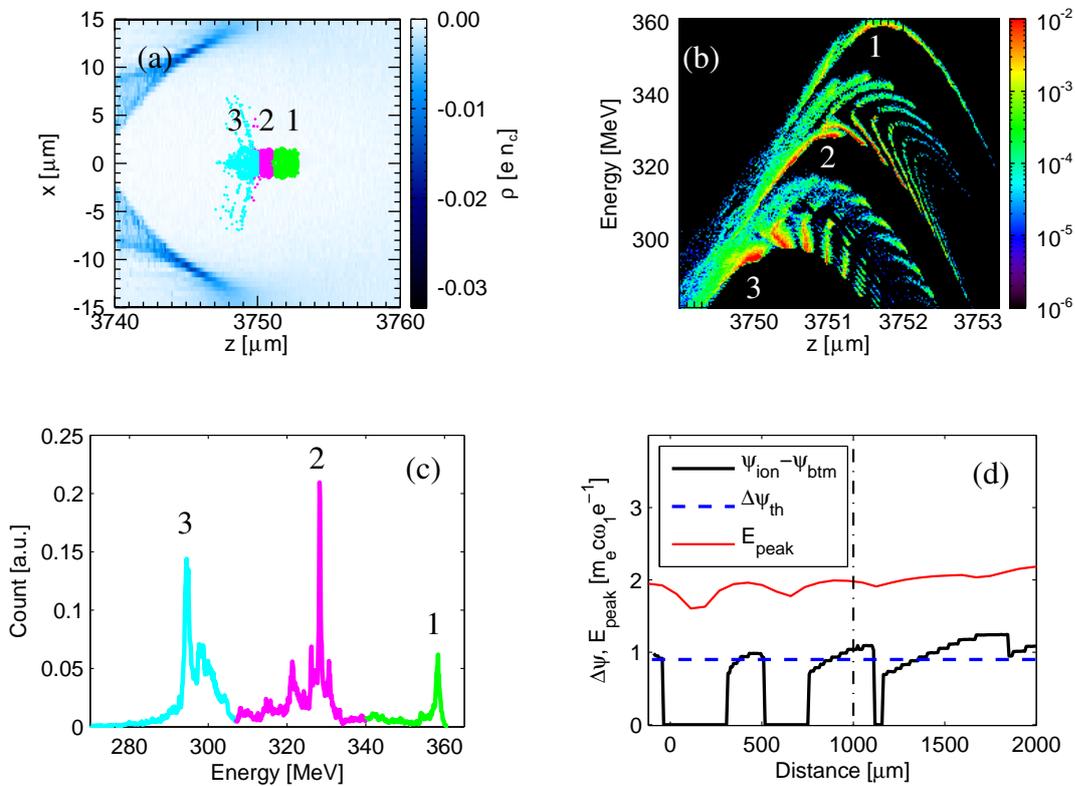


图 4-5 二维平板几何下类方波双色激光注入的 PIC 模拟。(a) $z = 3780 \mu\text{m}$ 处的快照。图中彩色点表示注入的三束电子位置。(b) 高能电子的能量和空间分布图。(c) 注入电子的能谱图，图中显示有三个单能峰。(d) 伪势差 $\Delta\psi$ 以及激光峰值场强演化图。点划线是混合气体区域到纯氮气区域的分界线。

4.3 类方波双色激光间断电离注多维效应及其模拟

除了初始相位效应，多维效应也会影响注入和加速，比如激光自聚焦，空泡半径演化，偏轴电离等。在这些效应中，最重要的是激光自聚焦以及与其相关联的空泡半径演化。为了防止这个效应造成的影响，我们可以考虑采用匹配的激光光斑条件 [22]，也可以考虑采用比较大的光斑，使得自聚焦在足够长的距离之后才会发生，而在此之前多次电离注入就已经完成了。通常来说，自聚焦发生的距离可以用 $z_{sf} = Z_R [(\alpha/32) a_{10}^2 k_p^2 W_0^2 - 1]^{-1/2}$ 来估计，其中在二维平板几何下 $\alpha = \sqrt{2}$ ，而在三维柱对称或者二维柱几何下 $\alpha = 1$ [82, 83]。在考虑自聚焦的情况下，需要使用两级加速的方法 [64, 65]。为了使多次注入能够发生，注入级的长度需要满足

$$L_{inj} < z_{sf}. \quad (4-8)$$

在此条件满足的情况下，电离注入的束数目可以估计为

$$N_{bunch} = \left\lfloor L_{inj} / \left(\frac{c\Delta s}{\omega_1} \right) \right\rfloor, \quad (4-9)$$

其中方括号对表示向下取整。而相邻单能峰之间的能量差则可以估计为注入位置的差乘以平均加速梯度，即

$$\Delta \text{Energy} = \frac{c\Delta s}{\omega_1} \times \frac{1}{2} G_0, \quad (4-10)$$

其中 $G_0[\text{eV/m}] \approx 96\sqrt{n_p[\text{cm}^{-3}]}$ ，即平均加速梯度为最大线性加速梯度的一半 [14]。

图 4-5 为一个典型的二维模拟结果，其中模拟参数为 $a_{10} = 1.46$ ， $a_{20} = 0.162$ ， $W_0 = 80 \mu\text{m}$ ，其他参数与上面的一维模拟相同。初始时刻激光强度不及上面的一维模拟，但是由于自聚焦的存在，当二维情况下这个类方波双色激光第一次到达它的强度最大值的时候，其峰值强度已经接近一维情况下的峰值强度最大值。注入级的强度选为 $L_{inj} = 1 \text{ mm}$ ，因此式 (4-8) 得到满足。图 4-5(a) 是典型的注入电子束空间分布。注入的三束电子束的中心位置是彼此分离的，间隔在微米的尺度，但它们的首尾彼此有重叠。图 4-5(b) 是这些电子束的相空间分布，从中我们可以看到第二和第三束电子中存着微束。这些微束来自于多个达到或超过内层电子有效电离阈值的电场震荡周期，如图 4-1 所

示意。这些微束降低了最后电子束的单能性，表现为图 4-5(c) 中能谱尖峰之间的平台。此外，能谱由三个相互间隔约为 30 MeV 的主尖峰组成，这与理论式 (4-9) 与 (4-10) 相符合。从我们的其他一系列模拟中也可以发现，当使用脉宽更短的三倍频激光时，内壳层电离可以只在更少的电场震荡峰值处发生，从而频谱中的平台可以被抑制。一个使用 10 fs 脉宽三倍频激光的模拟给出了干净的单峰频谱，半高全宽能散甚至低于 0.2%。

电子注入的位置可以用电离阈值和对应的尾场伪势差 $\Delta\psi$ 来计算 [23, 56]。电离注入的势差阈值可以估计为 $\Delta\psi_{th} = 1 - \sqrt{1 + (p_{\perp}/m_e c)^2}/\gamma_p \approx 0.9$ ，其中归一化的横向动量用电离时的归一化激光矢势来估算为 $p_{\perp}/m_e c \approx 1.9$ ，尾场速度的相对论因子由线性理论估算为 $\gamma_p \approx \omega/\omega_p = 25$ 。在图 4-5(d) 中，蓝色点线显示了这个势差阈值，而黑线显示了氮 K 壳层电子有效电离发生的位置到伪势底部的势差降（当电场峰值未达到有效电离阈值时，我们将这个值手动设为零）。图中显示在加速距离为 1000 μm 之前的有三个满足注入的势差条件的区域，与激光峰值有三次超过 K 壳层有效电离阈值相符，同时也与注入的电子束数目为三相符合。在模拟中，我们也发现在足够长的区域内（3.5 mm 到 4.5 mm 之间），这三束电子束都保持了极低的能散（半高全宽低于 0.4%）。这说明实验上可以使用较宽的加速距离窗口来获得高品质电子束。

我们同样进行了一系列的三维模拟。图 4-6 显示了三组典型结果，其中我们在固定激光的参数的一定范围内改变等离子体密度。注意到在选取等离子体密度的时候，对应的自聚焦阈值功率必须低于激光功率（见附录 A），这样加速长度才会远大于瑞利长度，这是激光尾场加速的必要条件。我们发现在这些模拟中，输出粒子束的绝对能散都为 5 MeV 左右，而略低的密度可以将电子束平均能量加速到更高，因此降低了相对能散。其中图 4-6(c) 参数为 $n_p = 8 \times 10^{-4} n_c$ ， $a_{10} = 1.485$ ， $W_0 = 40 \mu\text{m}$ ， $L_{inj} = 1 \text{ mm}$ ，因此根据式 (4-9) 可得 $N_{bunch} = 1$ 。此组参数下模拟得到的产出为一束电子束，其具有电量 12.6 pC，平均能量 389 MeV，方均根能散 1.53%，这验证了类方波双色激光电离注入的有效性。虽然由于计算资源限制我们还没有实际测试 GeV 量级的加速，但是从这一系列三维模拟中可以发现电子束绝对能散大约为 5 MeV 且几乎不随等离子体密度变化而改变，故我们有理由相信将这一机制运用到 GeV 量级的加速（使用更低的等离子体密度）时可以产生低于 1% 能散的电子束。

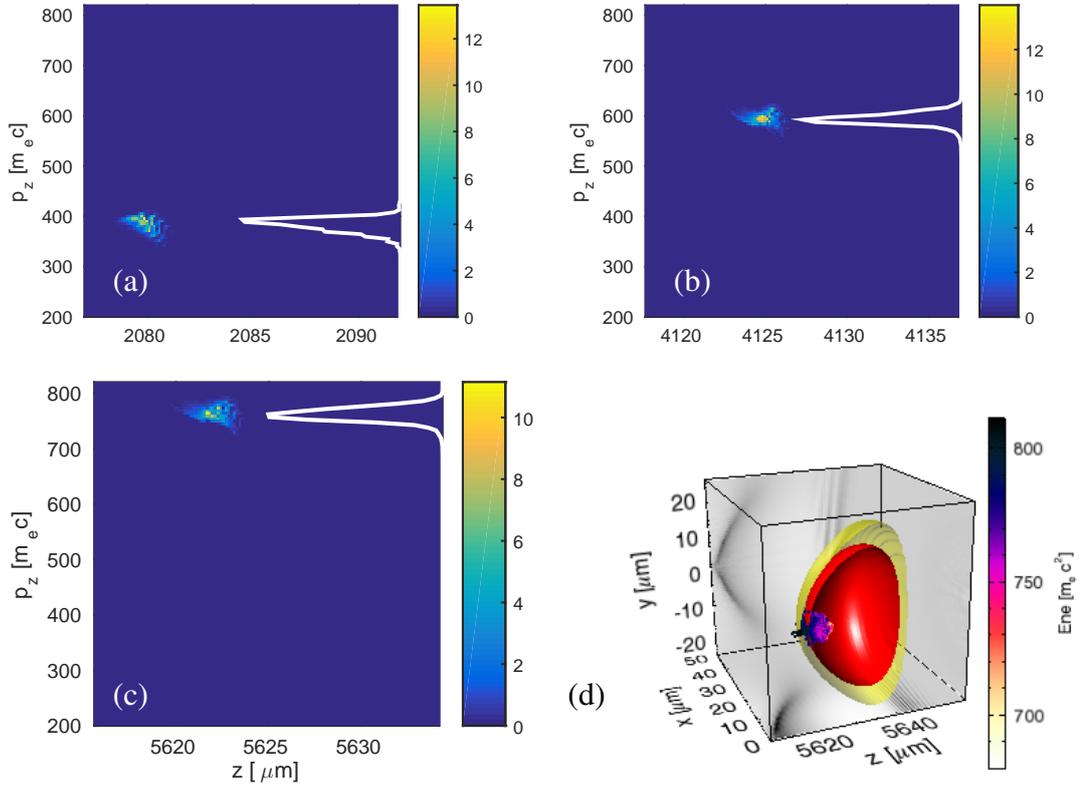


图 4-6 类方波双色激光注入与加速的三维模拟。(a, b, c) 注入电子的相空间密度图。白线为其向 p_z 轴的投影。其中提供注入的气体是分子密度为 $1.4 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 的氮气，背景等离子体由氮气提供，电子密度 n_p 为 (a) $2.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ，(b) $2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ，(c) $1.4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ；而激光参数在此三种情况下都为归一化激光矢势 $a_{10} = 1.485$ ， $a_{20} = 0.165$ ，波长 $\lambda_1 = 0.8 \mu\text{m}$ ， $\lambda_2 = \frac{0.8}{3} \mu\text{m}$ ，腰斑半径 $W_{10} = W_{20} = 40 \mu\text{m}$ 。这三种图都是在电子束能散演化到极小值时作得，其中电子束方均根绝对能散都为 5 MeV 左右，而由于平均能量不同，它们的相对能散分别为 (a) 3.38%，(b) 1.86%，(c) 1.53%。(d) 对应 (c) 图参数的三维尾场伪势的等值面图。为了显示尾场内部结构和注入的电子束，图上只显示出一半的空泡等值面外壳。其中，电子束具有归一化的发射度 $3.3 \mu\text{m} \cdot \text{rad}$ （激光偏振方向）和 $2.3 \mu\text{m} \cdot \text{rad}$ （垂直于激光偏振的方向）。

4.4 小结

本章中我们首先提出激光加速器是下一代加速器，可以成为小体积、低造价的射线源，并回顾了激光加速中电离注入机制的现状和限制，接着提出双色激光注入的基本理念，然后讨论出最优化的双色激光实际上是类方波的双色激光，最后运用类方波的双色激光在一维、二维和三维模拟上，给出了令人兴奋的结果。结果表明运用这一方法，我们可以有效的在百兆电子伏特到千兆电子伏特的加速量级上产生 1% 或更低能散的电子束，同时可以通过控制注入级的长度来控制产生的单能电子束数目。我们的这一方法中需要用到三倍频的激光，但其实其功率仅需基频激光的 $\frac{1}{9}$ ，所以并不是不可能实现。我们的这一结果可以用来产生多色 X 射线 [107]，这对医学成像应用有着特别的吸引力 [108, 109]。低能散的多色粒子束也可能应用于放射治疗 [110]。

第五章 总结与展望

本博士学位论文课题是激光加速器及其输出电子束的优化，从相对论等离子体最基本的方程（麦克斯韦方程组，相对论牛顿方程式 (1-1) 等）入手，在众多前人研究的基础上，以我本人认为比较严格但比较易懂的方式进行展开，推导了相对论性有质动力式 (1-34)，介绍了激光加速基本概念，讨论了注入发生的伪势差条件式 (1-50)，之后给出了三种降低输出电子束能散的方案。

第一章中，我们从基本方程出发得到一个重要的不变量式 (1-14)，然后借用 Mora 和 Antonsen 的思路将物理量分为快变和慢变的分量 [1]，将快变分量在激光振荡周期的尺度上做平均后得到激光快变分量的平均作用实际上可以等价于有质动力式 (1-34)。在 1.4 节中我们简单介绍了激光尾场加速的概念及其发展历史。在 1.6 节中我们先是总结了现有的五大类注入方式，然后推导了注入发生的判定条件 [23]，简单说来，一是尾场加速能力可以用与路径无关的量 $\psi \equiv \hat{\varphi} - \hat{A}_z$ （称为伪势）表示，二是尾场需要足够的伪势差才能捕获粒子。

第二章中，我们首先讨论了电离注入的基本原理和它的研究历史，其关键因素是需要含高原子序数和低原子序数原子混合的气体作为注入级，而过去的研究认为这个注入级的长度与输出电子束的能散正相关 [55-57, 63-65]。我们仔细的研究了两级加速的方案，指出注入级的前沿长度控制对输出电子束品质的作用。通过模拟发现，注入级密度包络前端上升沿长度有一个最优化的长度，在这个长度下，注入只在注入级前半部分发生，从而达到控制能散的效果 [66]。也就是说，为了有效的减小输出电子束能散，需要对注入级密度上升沿进行整形，使得真空到均匀等离子体转换的长度在 90 至 150 微米之间。实验上一般采用超声气体喷嘴，气室，或者毛细管充气，放置在真空室内作为气体靶，这样在真空与气体密度包络平台之间一般有几百微米的过渡区域，这个区域一般不会低于 200 μm ，因此需要额外控制方法才能达到上升沿优化的参数。控制方法可以是借助额外的排气装置，或者使用刀片在喷嘴上方制造冲击波使得局部发生密度急剧变化 [38]。

第三章中，我们提出了自聚焦引发的电离注入自截止方案，用以降低输出电子束能散 [83]。在 3.1 节中我们先是参考前人的相对论自聚焦研究，在附

录 A 中给出了一个自聚焦的推导方法, 然后分别对二维柱几何 (对应三维柱对称情况) 下和二维平板几何下的自聚焦距离进行了求解 (式 (3-3) 和 (3-8))。在 3.2 节中我们推导了激光自引导匹配条件。在 3.3 节中我们揭示了使用非匹配激光光斑时的电离注入自截止现象及其机制, 然后在 3.4 节中利用此现象在不降低注入级长度的情况下有效缩短注入距离, 从而获得低于 10% 能散的电子束 (二维模拟最好结果为 3%, 三维模拟最好结果为 8%)。实验上这种方法最容易实现, 只需单级气体靶, 根据激光功率选择适当的聚焦半径 W_0 , 使得聚焦点处归一化的矢势强度 a_0 处于 1.9 到 2.9 之间, 然后选择氮氮混合气体比例使得氮气浓度在 1% 以下, 最后根据激光参数选择不与之匹配的气体密度使得 $k_p W_0 > 2\sqrt{a_0}$ 即可。这一方案已经得到实验证实 [89], 其中的自聚焦距离计算方式也得到了同行的验证 [90]。

第四章中, 我们提出了进一步降低输出电子束能散的方案, 即双色激光诱导的多次单能电子注入方案 [104]。我们首先回顾了 X 射线的重要性, 提出了发展小型低造价射线源的紧迫性, 然后回顾了激光加速器在朝着这种射线源前进的历程, 并指明降低输出粒子束能散到 1% 以下是激光加速射线源实际应用前的必经之路。在 4.1 节中我们用线性理论分析了双色激光由于在等离子体中传播的色散导致的电场峰值演化 (其演化周期为式 (4-4)), 提出优化问题式 (4-6), 然后富于创造性的提出使用类方波的双色组合方式是该优化问题的解。在 4.2 节中我们使用这样的类方波双色激光进行了一维模拟, 并讨论了初始相位效应。在 4.3 节中我们讨论了多维的自聚焦效应, 并进行了二维和三维模拟, 证实了它的有效性, 其中在二维模拟中最佳可以获得能散为 0.2% 左右的电子束, 而已有的三维模拟结果能散也可以可达到 1.5%。这样的电子束品质在目前已有的方案中名列前茅, 并且有很高的可行性。实验室要实现这样的注入方案需要考虑两个因素, 一是激光的因素, 二是气体靶的因素。

实验上所用激光器一般只输出单色单束激光, 为了获得我们所需的激光束, 可以在啁啾脉冲光放大技术的压缩阶段之前, 用分束镜将已经放大过的长脉冲分为一强一弱两束。其中较强的为主脉冲, 被再次压缩成高强度飞秒激光之后作为激光等离子体加速器的基频驱动光, 而其中较弱的一束则先经由三倍频晶体转换为三倍频率, 然后再压缩成为高强度的飞秒激光, 作为间断电离注入的激发光。为了控制这两种频率光的同步性, 我们可能需要采用移动光学平台搭建的延迟镜, 并用计算机进行精确控制。最终这两种频率的激光聚焦后合成一束射入气体靶, 控制焦斑半径使得聚焦后的激光无量纲的矢势在 1.4 到 2

表 5-1 部分建议的激光参数

编号	1	2	3	4	5
λ_1 [μm]	0.8	0.8	0.8	0.8	2.4
P [TW]	118.6	118.6	118.6	40	6.9
a_{10}	1.485	1.485	1.485	1.485	1.485
W_0 [μm]	40	40	40	23	9.65
n_p [10^{18} cm^{-3}]	1.4	2	3.2	1.4	0.5
z_{sf} [mm]	3	2.4	1.9	2.3	0.84
$c\Delta s/\omega_1$ [mm]	0.75	0.52	0.33	0.75	0.7
L_{inj} [mm]	1	0.8	1	1	0.8
n_{bunch}	1	1	3	1	1

之间。如果基频激光波长为 $1 \mu\text{m}$ 左右，广泛应用于激光聚变研究的钨玻璃是著名的高效率三倍频介质。而如果基频激光波长在 $0.8 \mu\text{m}$ 左右，BBO 晶体是一种高效率的三倍频介质。此外，人们也在持续不断的寻找新的高效率三倍频材料 [111]。

对于气体靶的要求，则是控制注入级的长度，混合气体比例，以及气体密度。首先需要准备氮气浓度在 1% 左右的氮氮混合气体，然后根据激光功率计算所需的等离子体密度，使得激光功率足够大于此密度下的自聚焦阈值功率式 (A-23)。根据自聚焦距离式 (3-3) 计算注入级长度的上限式 (4-8)，以及所能产生的电子束数目式 (4-9)，以确定所需的气体靶注入级的长度。由于机械加工极限，注入级不可能做到无限小，这样就需要对激光参数和气体参数做统筹选择。表 5-1 中我们给出了一些满足这些条件的参数组可供参考（只给出基频激光参数，而三倍频激光需自动满足波长是基频激光的 $1/3$ ，腰斑半径与之相同，归一化矢势强度是其 $1/9$ ）。其中编号 1 至 4 使用的是目前实验常用的 800 nm 激光。目前中红外激光正在成为激光器研究热点，所以我们在编号 5 上选择了波长为 $2.4 \mu\text{m}$ 的中红外激光作为基频激光，其对应的三倍频激光正是 800 nm 激光。若这样的高功率中红外激光研发成功，其与现在的 800 nm 激光也可组成我们所需的三倍频率组合。这组参数还没有用模拟验证过，不过这样的参数十分值得尝试。

我们对双色激光拍频电离注入与预等离子通道的结合也进行了初步研究。模拟表明，预先准备好的抛物线型等离子通道将给双色光电离注入提供长距离

的加速,在激光功率仅为 20 TW,腰斑半径为 15 μm ,预等离子通道中心密度为 $1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$,通道深度满足匹配条件的情况下(通道匹配条件计算见 [14]),电子束可被加速到峰值能量超过 1 GeV,同时能散仅为 0.8%。在这组参数条件下,由于激光能量较低,所用到的激光器可运行在高重复频率模式下,故人们利用这一方案将有机会实现高重复频率的千兆电子伏特量级、单能性好的电子加速器。尽管通道有诸多优势,即使采取匹配通道条件,较小光斑半径的激光仍会在通道中进行自聚焦和散焦,导致注入的不稳定。因此通道中的双色激光拍频电离注入仍需进一步研究。

未来的双色激光电离注入问题还可以从几个方面入手,一是类似等离子体光阴极注入 [58, 59, 61, 62],用双色光在驱动源后方形成受色散控制的拍频间断注入。二是采用不同频率组合的双色激光电离注入,比如基频和二倍频,它们由于色散会形成正负不对称的拍频,从而可以控制电离初始动量的方向。三是采用圆偏振的双色激光电离注入,其在受色散控制下会产生初始动量呈环状分布的注入。这些问题都十分有趣,尽管它们是否有用还未知。由于本人精力和时间有限,还未能对这些问题做深入研究。

本人在博士生阶段专注于研究激光尾场加速问题,对其复杂性深有感触。此领域研究史上的理论多为一维的非线性理论,多维的线性或准线性理论(即 $a_0 < 1$,此时等离子体密度响应为微扰),或者是多维的超高相对论性的理论(即 $a_0 \gg 1$,此时尾波场中心区域形成电子被完全排空而只剩下离子的空泡),但对中等强度相对论性($a_0 \approx 1$,此时尾场内电子密度对激光有较大响应,但尾场又没有被完全排空)则没有很好的理论与实际相符。而目前实验条件的激光驱动尾场加速往往又是运行在这一中等强度里。在这一中等强度下,尾场的加速电场强度,失相距离等,都介于准线性理论和超高相对论性理论之间,从而不能用理论来准确预测电子的最佳加速距离和输出能量。在这种情况下,为了设计实验参数,需要运行三维模拟去找到最佳参数,而三维模拟非常消耗时间和人力。因此发展中等相对论性激光尾场理论是目前亟待解决的问题。

附录 A 激光光强, 功率, 以及相对论自聚焦

假设激光在时域上具有基频 ω_0

$$\hat{A} = \tilde{a} \exp(i\hat{t} - ik\hat{z}), \quad (\text{A-1})$$

空域上具有横向高斯分布以及横向的相位调制

$$\tilde{a} = a_0 \exp(iur^2) F\left(\frac{r}{W}\right), \quad (\text{A-2})$$

其中 $F(r/W) = \exp(-r^2/W^2)$ 。真空中, 激光中心 ($r = 0$) 处光强为

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{1}{\mu_0} |\vec{E} \times \vec{B}| \\ &= \frac{1}{\mu_0} \frac{m_e \omega_0 c}{e} \frac{m_e \omega_0}{e} \overline{|\hat{E} \times \hat{B}|} \\ &= \frac{m_e^2 \omega_0^2 c}{2e^2 \mu_0} |a_0|^2 \\ &= \frac{4\pi^2 m_e^2 c^3}{2e^2 \mu_0 \lambda_0^2} |a_0|^2, \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

或者写成

$$I [\text{W} \cdot \text{cm}^{-2}] = 1.37 \times 10^{18} \frac{|a_0|^2}{\lambda_0 [\mu\text{m}]^2}. \quad (\text{A-4})$$

对光强进行横截面面积分即可得激光功率

$$\begin{aligned} P &= \frac{4\pi^2 m_e^2 c^3}{2e^2 \mu_0 \lambda_0^2} |a_0|^2 \int dr^2 \times \exp\left(-2\frac{r^2}{W^2}\right) \\ &= \frac{4\pi^2 m_e^2 c^3}{2e^2 \mu_0 \lambda_0^2} |a_0|^2 \times 2\pi \int_0^\infty dr \times r \exp\left(-2\frac{r^2}{W^2}\right) \\ &= \frac{4\pi^3 m_e^2 c^3}{4e^2 \mu_0 \lambda_0^2} |a_0|^2 W^2, \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

或者写成

$$P [\text{GW}] = 21.5 \times \frac{|a_0|^2 W_0^2}{\lambda_0^2}. \quad (\text{A-6})$$

下面推导激光在等离子体中的相对论自聚焦。首先需要得到 \tilde{a} 的演化方程。只考虑弱相对论效应，激光在等离子体中的传播方程为

$$\left(\hat{\nabla}^2 - \partial_t\right) \hat{A} = \frac{\hat{n}}{\gamma} \hat{A}, \quad (\text{A-7})$$

做坐标变换 $\xi = \hat{t} - \hat{k}\hat{z}$, $s = \hat{z}$, 则 $\partial_t = \partial_\xi$, $\partial_z = \partial_s - \hat{k}\partial_\xi$, 同时利用长脉冲假设 $\partial_\xi \tilde{a} = 0$, 包络缓变假设 $\partial_s \tilde{a} \ll 1$, 以及色散关系 $1 - \hat{k}^2 = \hat{n}$, 上式化为

$$\left(\hat{\nabla}_\perp^2 - i2\hat{k}\partial_s\right) \tilde{a} = \hat{n} \left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) \tilde{a}, \quad (\text{A-8})$$

这就是激光包络方程。又由于假设是弱相对论效应, \hat{n} 可认为是常数, 而上式两端乘以 γ 之后在激光振荡的尺度做平均后可以得到平均化的方程形式 (见式 (1-26), 但此处为横向运动主导, 忽略纵向运动)

$$\left(\hat{\nabla}_\perp^2 - i2\hat{k}\partial_s\right) \tilde{a} = \hat{n} \left[\left(1 + \frac{|\tilde{a}|^2}{2}\right)^{-1/2} - 1 \right] \tilde{a}. \quad (\text{A-9})$$

下面运用变分法来获得近似解 [80]。写出上述方程对应的拉格朗日量

$$L = \frac{i}{2} (\tilde{a}\partial_s\tilde{a}^* - \tilde{a}^*\partial_s\tilde{a}) - \frac{1}{2\hat{k}} |\hat{\nabla}_\perp \tilde{a}|^2 - \frac{2\hat{n}}{\hat{k}} \left[\left(1 + \frac{|\tilde{a}|^2}{2}\right)^{1/2} - \frac{|\tilde{a}|^2}{4} - 1 \right], \quad (\text{A-10})$$

则式 (A-9) 等价于泛函极值问题 $\delta \iint ds d\hat{r}^2 \times L = 0$ 。又由形式 (A-2), 其中 $a_0 = a_0(s)$ 为复数, $u = u(s)$, $W = W(s)$ 为实数, 对 \tilde{a} 的偏导可分解为

$$\partial_s \tilde{a} = \left(\frac{\dot{a}_0}{a_0} + iu\hat{r}^2 \right) \tilde{a}, \quad (\text{A-11a})$$

$$\partial_{\hat{r}} \tilde{a} = \left(i2u\hat{r} + \frac{1}{\hat{W}} \frac{\dot{F}}{F} \right) \tilde{a}, \quad (\text{A-11b})$$

其中上加点代表对其自变量求导。拉格朗日量变为

$$L = \frac{i}{2} (\dot{a}_0^* a_0 - \dot{a}_0 a_0^*) F^2 + u|a_0|^2 \hat{r}^2 F^2 - \frac{\dot{F}^2}{2\hat{k}\hat{W}^2} |a_0|^2 - \frac{2u^2 \hat{r}^2 F^2}{\hat{k}} |a_0|^2 - \frac{2\hat{n}}{\hat{k}} \left[\left(1 + \frac{|a_0|^2 F^2}{2}\right)^{1/2} - \frac{|a_0|^2 F^2}{4} - 1 \right]. \quad (\text{A-12})$$

下面分别就二维柱对称几何和二维平板对称几何进行讨论。首先是二维柱对称, 将 L 对横截面积分可得约化的拉格朗日量

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \equiv \int d\hat{r}^2 \times L = & \beta_1 \left[\frac{i}{2} (\dot{a}_0^* a_0 - \dot{a}_0 a_0^*) \hat{W}^2 + \frac{\hat{n} |a_0|^2 \hat{W}^2}{2\hat{k}} \right] \\ & + \beta_2 \left[\dot{a} |a_0|^2 \hat{W}^4 - \frac{2u^2 |a_0|^2 \hat{W}^4}{\hat{k}} \right] \\ & - \beta_3 \frac{|a_0|^2}{2\hat{k}} - \frac{2\hat{n} \hat{W}^2}{\hat{k}} Q. \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

其中

$$\beta_1 = \int d\tau^2 \times F^2, \quad (\text{A-14a})$$

$$\beta_2 = \int d\tau^2 \times \tau^2 F^2, \quad (\text{A-14b})$$

$$\beta_3 = \int d\tau^2 \times \dot{F}^2, \quad (\text{A-14c})$$

$$Q = \int d\tau^2 \times \left[\left(1 + \frac{|a_0|^2 F^2}{2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (\text{A-14d})$$

其中已做替换 $\tau = r/W$ 。原问题约化为 $\delta \int ds \times \mathcal{L} = 0$ ，即

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_0} - \frac{d}{ds} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{a}_0} &= 0 : \\ 0 &= \beta_1 \left[i \dot{a}_0^* \hat{W}^2 + i a_0^* \hat{W} \dot{\hat{W}} + \frac{\hat{n} a_0^* \hat{W}^2}{2\hat{k}} \right] + \beta_2 \left[i a_0^* \hat{W}^4 - \frac{2u^2 a_0^* \hat{W}^4}{\hat{k}} \right] \\ &\quad - \beta_3 \frac{a_0^*}{2k} - \frac{2\hat{n} \hat{W}^2}{\hat{k}} \frac{\partial Q}{\partial a_0}, \end{aligned} \quad (\text{A-15a})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} - \frac{d}{ds} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{u}} &= 0 : \\ 0 &= -\frac{4u |a_0|^2 \hat{W}^4}{\hat{k}} - \frac{d}{ds} \left(|a_0|^2 \hat{W}^4 \right), \end{aligned} \quad (\text{A-15b})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{W}} - \frac{d}{ds} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\hat{W}}} &= 0 : \\ 0 &= \beta_1 \left[i (\dot{a}_0^* a_0 - \dot{a}_0 a_0^*) \hat{W} + \frac{\hat{n} |a_0|^2 \hat{W}}{\hat{k}} \right] \\ &\quad + \beta_2 \left[4i \dot{u} |a_0|^2 \hat{W}^3 - \frac{8u^2 |a_0|^2 \hat{W}^3}{\hat{k}} \right] - \frac{4\hat{n} \hat{W}}{\hat{k}} Q. \end{aligned} \quad (\text{A-15c})$$

对式 (A-15a) 两边同乘以 a_0 ，并将结果分别加上或减去其共轭可得其实部和虚部（注意到 $a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0}$ 为实数）

$$\begin{aligned} 0 &= \beta_1 \left[i (\dot{a}_0^* a_0 - \dot{a}_0 a_0^*) \hat{W}^2 + \frac{\hat{n} |a_0|^2 \hat{W}^2}{\hat{k}} \right] + \beta_2 \left[2i \dot{u} |a_0|^2 \hat{W}^4 - \frac{4u^2 |a_0|^2 \hat{W}^4}{\hat{k}} \right] \\ &\quad - \beta_3 \frac{|a_0|^2}{\hat{k}} - \frac{4\hat{n} \hat{W}^2}{\hat{k}} a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0}, \end{aligned} \quad (\text{A-16a})$$

$$0 = \frac{d |a_0|^2}{ds} \hat{W}^2 + 2 |a_0|^2 \hat{W} \dot{\hat{W}}, \quad (\text{A-16b})$$

其中式 (A-16b) 即在柱对称情况下的“能量守恒定律”

$$\frac{d}{ds} \left(|a_0|^2 \hat{W}^2 \right) = 0. \quad (\text{A-17})$$

将式 (A-17) 应用至式 (A-15b) 可得

$$u = -\frac{\hat{k} \dot{\hat{W}}}{2 \hat{W}}. \quad (\text{A-18})$$

式 (A-15c) 结合式 (A-16a) 可得

$$\beta_2 \left[2\dot{u}|a_0|^2\hat{W}^4 - \frac{4u^2|a_0|^2\hat{W}^4}{\hat{k}} \right] + \beta_3 \frac{|a_0|^2}{\hat{k}} = \frac{4\hat{n}\hat{W}^2}{\hat{k}} \left(Q - a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0} \right). \quad (\text{A-19})$$

式 (A-18) 代入式 (A-19) 可得

$$\ddot{W} = \frac{\beta_3}{\beta_2 \hat{k}^2 \hat{W}^3} \left[1 - \frac{4\hat{n}\hat{W}^2}{\beta_3 |a_0|^2} \left(Q - a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0} \right) \right]. \quad (\text{A-20})$$

根据式 (A-14), 柱坐标几何, 弱相对论条件 ($|a_0|^2 \ll 1$) 以及所假定的横向包络 $F = \exp(-\tau^2)$ 可以计算得到 $\beta_2 = \frac{\pi}{4}$, $\beta_3 = \pi$, $Q - a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0} = \frac{\pi}{128}|a_0|^4$ 。故

$$\ddot{W} = \frac{4}{\hat{k}^2 \hat{W}^3} \left[1 - \frac{\hat{n}|a_0|^2 \hat{W}^2}{32} \right]. \quad (\text{A-21})$$

逆无量纲化后得到带量纲的方程

$$\frac{d^2}{dz^2} W = \frac{4}{k^2 W^3} \left[1 - \frac{\omega_p^2 |a_0|^2 W^2}{32c^2} \right] = \frac{4}{k^2 W^3} \left[1 - \frac{P}{P_c} \right], \quad (\text{A-22})$$

其中根据式 (A-5) 定义自聚焦功率阈值

$$P_c \equiv \frac{8\pi m_e^2 c^3 \omega_0^2}{e^2 \mu_0 \omega_p^2} = 17.4 \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} [\text{GW}], \quad (\text{A-23})$$

当 $P > P_c$ 时可发生自聚焦。值得一提的是, 历史上此自聚焦阈值功率最初是由圆偏振激光推导而得。圆偏振激光与线偏振激光的区别在于, 对于同样的 $|a_0|^2$, 圆偏振激光的功率是线偏振激光的两倍; 并且, 圆偏振激光情况下折射率调制因子为

$$\frac{1}{\gamma} - 1 = (1 + |a_0|^2 F^2)^{-1/2} - 1, \quad (\text{A-24})$$

故拉格朗日量为

$$L = \frac{i}{2} (\tilde{a} \partial_s \tilde{a}^* - \tilde{a}^* \partial_s \tilde{a}) - \frac{1}{2\hat{k}} |\hat{\nabla}_\perp \tilde{a}|^2 - \frac{\hat{n}}{\hat{k}} \left[(1 + |\tilde{a}|^2)^{1/2} - \frac{|\tilde{a}|^2}{2} - 1 \right]. \quad (\text{A-25})$$

由此得到的光束半径演化方程为

$$\frac{d^2}{dz^2} W = \frac{4}{k^2 W^3} \left[1 - \frac{\omega_p^2 |a_0|^2 W^2}{16c^2} \right], \quad (\text{A-26})$$

但自聚焦功率仍然与线偏振激光得到的结果一致。

对于二维平板几何来说，拉格朗日量同样为式 (A-10) 和式 (A-12)，但方程 (A-10) 等价的泛函极值问题为 $\delta \iint \mathbf{d}s d\hat{r} \times L = 0$ 。故此时约化的拉格朗日量为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{slab}} \equiv \int \mathbf{d}\hat{r} \times L = & \beta_1 \left[\frac{i}{2} (\dot{a}_0^* a_0 - \dot{a}_0 a_0^*) \hat{W} + \frac{\hat{n} |a_0|^2 \hat{W}}{2\hat{k}} \right] \\ & + \beta_2 \left[\dot{u} |a_0|^2 \hat{W}^3 - \frac{2u^2 |a_0|^2 \hat{W}^3}{\hat{k}} \right] \\ & - \beta_3 \frac{|a_0|^2}{2\hat{k}\hat{W}} - \frac{2\hat{n}\hat{W}}{\hat{k}} Q, \end{aligned} \quad (\text{A-27})$$

其中

$$\beta_1 = \int \mathbf{d}\tau \times F^2, \quad (\text{A-28a})$$

$$\beta_2 = \int \mathbf{d}\tau \times \tau^2 F^2, \quad (\text{A-28b})$$

$$\beta_3 = \int \mathbf{d}\tau \times \dot{F}^2, \quad (\text{A-28c})$$

$$Q = \int \mathbf{d}\tau \times \left[\left(1 + \frac{|a_0|^2 F^2}{2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (\text{A-28d})$$

其对应的约化泛函极值问题为 $\delta \int \mathbf{d}s \times \mathcal{L}^{\text{slab}} = 0$ 。经过与二维柱对称几何同样的方法处理过后，得到结论

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}s} \left(|a_0|^2 \hat{W} \right) = 0, \quad (\text{A-29a})$$

$$u = -\frac{\hat{k}}{2} \frac{\dot{\hat{W}}}{\hat{W}}, \quad (\text{A-29b})$$

$$\ddot{\hat{W}} = \frac{\beta_3}{\beta_2 \hat{k}^2 \hat{W}^3} \left[1 - \frac{2\hat{n}\hat{W}^2}{\beta_3 |a_0|^2} \left(Q - a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0} \right) \right]. \quad (\text{A-29c})$$

又由式 (A-28) 计算得 $\beta_2 = \frac{\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}}$ ， $\beta_3 = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ， $Q - a_0 \frac{\partial Q}{\partial a_0} = \frac{|a_0|^4 \sqrt{\pi}}{32} \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ，故式 (A-29c) 化简为

$$\ddot{\hat{W}} = \frac{4}{\hat{k}^2 \hat{W}^3} \left[1 - \frac{\sqrt{2}\hat{n}|a_0|^2 \hat{W}^2}{32} \right]. \quad (\text{A-30})$$

逆无量纲化后得到带量纲的方程

$$\frac{d^2}{dz^2}W = \frac{4}{k^2W^3} \left[1 - \frac{\sqrt{2}\omega_p^2|a_0|^2W^2}{32c^2} \right]. \quad (\text{A-31})$$

参考文献

- [1] MORA P, ANTONSEN JR T M. Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas[J]. *Phys. Plasmas*, 1997, 4(1):217–229. <http://dx.doi.org/10.1063/1.872134>.
- [2] GORDON D F, MORI W, ANTONSEN T M. A ponderomotive guiding center particle-in-cell code for efficient modeling of laser-plasma interactions[J]. *Plasma Science, IEEE Transactions on*, 2000, 28(4):1135–1143. <http://dx.doi.org/10.1109/27.893300>.
- [3] TAJIMA T, DAWSON J M. Laser Electron Accelerator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1979, 43:267–270. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.43.267>.
- [4] TAJIMA T, DAWSON J. Laser beat accelerator[J]. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 1981, 28(3):3416–3417. <http://dx.doi.org/10.1109/TNS.1981.4332122>.
- [5] TANG C M, SPRANGLE P, SUDAN R N. Excitation of the plasma waves in the laser beat wave accelerator[J]. *Applied Physics Letters*, 1984, 45(4):375–377. <http://dx.doi.org/10.1063/1.95225>.
- [6] MANGLES S, MURPHY C, NAJMUDIN Z, et al. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser–plasma interactions[J]. *Nature*, 2004, 431(7008):535–538. <http://www.nature.com/nature/journal/v431/n7008/abs/nature02939.html>.
- [7] GEDDES C, TOTH C, VAN TILBORG J, et al. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding[J]. *Nature*, 2004, 431(7008):538–541. <http://www.nature.com/nature/journal/v431/n7008/abs/nature02900.html>.

- [8] FAURE J, GLINEC Y, PUKHOV A, et al. A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams[J]. *Nature*, 2004, 431(7008):541–544. <http://www.nature.com/nature/journal/v431/n7008/abs/nature02963.html>.
- [9] DAWSON J M. Nonlinear Electron Oscillations in a Cold Plasma[J]. *Phys. Rev.*, 1959, 113:383–387. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.113.383>.
- [10] GORDON D, TZENG K C, CLAYTON C E, et al. Observation of Electron Energies Beyond the Linear Dephasing Limit from a Laser-Excited Relativistic Plasma Wave[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 80:2133–2136. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.80.2133>.
- [11] MALKA V, FRITZLER S, LEFEBVRE E, et al. Electron acceleration by a wake field forced by an intense ultrashort laser pulse[J]. *Science*, 2002, 298(5598):1596–1600. <http://www.sciencemag.org/content/298/5598/1596.short>.
- [12] ESAREY E, PILLOFF M. Trapping and acceleration in nonlinear plasma waves[J]. *Phys. Plasmas*, 1995, 2(5):1432–1436. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/2/5/10.1063/1.871358>.
- [13] LEEMANS W, SIDERS C, ESAREY E, et al. Plasma guiding and wakefield generation for second-generation experiments[J]. *Plasma Science, IEEE Transactions on*, 1996, 24(2):331–342. <http://dx.doi.org/10.1109/27.509997>.
- [14] ESAREY E, SCHROEDER C B, LEEMANS W P. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2009, 81:1229–1285. <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.1229>.
- [15] KATSOULEAS T, DAWSON J M. Unlimited Electron Acceleration in Laser-Driven Plasma Waves[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 51:392–395. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.51.392>.

- [16] ESAREY E, TING A, SPRANGLE P. Relativistic focusing and beat wave phase velocity control in the plasma beat wave accelerator[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1988, 53(14):1266–1268. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/53/14/10.1063/1.99996>.
- [17] KITAGAWA Y, MATSUMOTO T, MINAMIHATA T, et al. Beat-wave excitation of plasma wave and observation of accelerated electrons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, 68:48–51. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.68.48>.
- [18] BERTRAND P, GHIZZO A, JOHNSTON T W, et al. A nonperiodic Euler-CVlasov code for the numerical simulation of laser-plasma beat wave acceleration and Raman scattering[J]. *Phys. Fluids B: Plasma Physics*, 1990, 2(5):1028–1037. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pofb/2/5/10.1063/1.859276>.
- [19] AMIRANOFF F, BERNARD D, CROS B, et al. Electron Acceleration in Nd-Laser Plasma Beat-Wave Experiments[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, 74:5220–5223. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.74.5220>.
- [20] SHENG Z M, MIMA K, SENTOKU Y, et al. Generation of high-amplitude plasma waves for particle acceleration by cross-modulated laser wake fields[J]. *Phys. Plasmas*, 2002, 9(7):3147–3153. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/9/7/10.1063/1.1485771>.
- [21] JOSHI C, MORI W, KATSOULEAS T, et al. Ultrahigh gradient particle acceleration by intense laser-driven plasma density waves[J]. *Nature*, 1984, 311:525–529. <http://www.nature.com/nature/journal/v311/n5986/abs/311525a0.html>.
- [22] LU W, TZOUFRAS M, JOSHI C, et al. Generating multi-GeV electron bunches using single stage laser wakefield acceleration in a 3D nonlinear regime[J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2007, 10:061301. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.10.061301>.

- [23] LU W. Nonlinear Plasma Wakefield Theory and Optimum Scaling for Laser Wakefield Accelerator (LWFA) in the Blowout Regime[D].[S.l.]: University of California, Los Angeles, 2006.
- [24] KALMYKOV S Y, GORBUNOV L M, MORA P, et al. Injection, trapping, and acceleration of electrons in a three-dimensional nonlinear laser wakefield[J]. Phys. Plasmas, 2006, 13(11):113102. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/13/11/10.1063/1.2363172>.
- [25] OGUCHI A, ZHIDKOV A, TAKANO K, et al. Multiple self-injection in the acceleration of monoenergetic electrons by a laser wake field[J]. Phys. Plasmas, 2008, 15(4):043102. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/15/4/10.1063/1.2833593>.
- [26] YOSHITAMA H, KAMESHIMA T, YU-QIU G, et al. Self-injection and acceleration of monoenergetic electron beams from laser wakefield accelerators in a highly relativistic regime[J]. Chin. Phys. Lett., 2008, 25(8):2938. <http://iopscience.iop.org/0256-307X/25/8/056>.
- [27] CORDE S, THAURY C, LIFSCHITZ A, et al. Observation of longitudinal and transverse self-injections in laser-plasma accelerators[J]. Nat. Commun., 2013, 4:1501. <http://www.nature.com/articles/ncomms2528>.
- [28] SCHROEDER C B, ESAREY E, SHADWICK B A. Warm wave breaking of nonlinear plasma waves with arbitrary phase velocities[J]. Phys. Rev. E, 2005, 72:055401. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.72.055401>.
- [29] ESAREY E, SCHROEDER C B, CORMIER-MICHEL E, et al. Thermal effects in plasma-based accelerators[J]. Phys. Plasmas, 2007, 14(5):056707. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/14/5/10.1063/1.2714022>.
- [30] BENEDETTI C, SCHROEDER C B, ESAREY E, et al. Numerical investigation of electron self-injection in the nonlinear bubble regime[J]. Phys. Plasmas, 2013, 20(10):103108. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/20/10/10.1063/1.4824811>.

- [31] BULANOV S, NAUMOVA N, PEGORARO F, et al. Particle injection into the wave acceleration phase due to nonlinear wake wave breaking[J]. Phys. Rev. E, 1998, 58:R5257–R5260. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.58.R5257>.
- [32] BRANTOV A V, ESIRKEPOV T Z, KANDO M, et al. Controlled electron injection into the wake wave using plasma density inhomogeneity[J]. Phys. Plasmas, 2008, 15(7):–. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/15/7/10.1063/1.2956989>.
- [33] GEDDES C G R, NAKAMURA K, PLATEAU G R, et al. Plasma-Density-Gradient Injection of Low Absolute-Momentum-Spread Electron Bunches[J]. Phys. Rev. Lett., 2008, 100:215004. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.215004>.
- [34] FAURE J, RECHATIN C, LUNDH O, et al. Injection and acceleration of quasimonoenergetic relativistic electron beams using density gradients at the edges of a plasma channel[J]. Phys. Plasmas, 2010, 17(8):083107. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/17/8/10.1063/1.3469581>.
- [35] KALMYKOV S Y, BECK A, YI S A, et al. Electron self-injection into an evolving plasma bubble: Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration in the blowout regimea)[J]. Phys. Plasmas, 2011, 18(5):056704. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/18/5/10.1063/1.3566062>.
- [36] SUK H, BAROV N, ROSENZWEIG J B, et al. Plasma Electron Trapping and Acceleration in a Plasma Wake Field Using a Density Transition[J]. Phys. Rev. Lett., 2001, 86:1011–1014. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.1011>.
- [37] TOMASSINI P, GALIMBERTI M, GIULIETTI A, et al. Production of high-quality electron beams in numerical experiments of laser wakefield acceleration with longitudinal wave breaking[J]. Phys. Rev. ST Accel. Beams, 2003, 6:121301. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.6.121301>.

- [38] BUCK A, WENZ J, XU J, et al. Shock-Front Injector for High-Quality Laser-Plasma Acceleration[J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 110:185006. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.185006>.
- [39] SCHMID K, BUCK A, SEARS C M S, et al. Density-transition based electron injector for laser driven wakefield accelerators[J]. Phys. Rev. ST Accel. Beams, 2010, 13:091301. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.13.091301>.
- [40] MALKA V. Laser plasma accelerators[J]. Phys. Plasmas, 2012, 19(5):055501. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/19/5/10.1063/1.3695389>.
- [41] UMSTADTER D, KIM J K, DODD E. Laser Injection of Ultrashort Electron Pulses into Wakefield Plasma Waves[J]. Phys. Rev. Lett., 1996, 76:2073–2076. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.76.2073>.
- [42] SHENG Z M, MIMA K, SENTOKU Y, et al. Stochastic Heating and Acceleration of Electrons in Colliding Laser Fields in Plasma[J]. Phys. Rev. Lett., 2002, 88:055004. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.055004>.
- [43] SHENG Z, MIMA K, ZHANG J, et al. Acceleration of electrons in the relativistic regime through multi-wave interactions[C]//31st EPS Conference on Plasma Physics, Europhysics Conference Abstracts (European Physical Society, 2004). [S.l.]: [s.n.], 28. http://crpppc42.epfl.ch/London/pdf/01_29.pdf.
- [44] FUBIANI G, ESAREY E, SCHROEDER C B, et al. Beat wave injection of electrons into plasma waves using two interfering laser pulses[J]. Phys. Rev. E, 2004, 70:016402. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.70.016402>.
- [45] KOTAKI H, MASUDA S, KANDO M, et al. Head-on injection of a high quality electron beam by the interaction of two laser pulses[J]. Phys. Plasmas, 2004, 11(6):3296–3302. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/11/6/10.1063/1.1751171>.

- [46] FAURE J, RECHATIN C, NORLIN A, et al. Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses[J]. *Nature*, 2006, 444(7120):737–739. <http://www.nature.com/nature/journal/v444/n7120/full/nature05393.html>.
- [47] SHENG Z M, WANG W M, TRINES R, 等. Mechanisms of electron injection into laser wakefields by a weak counter-propagating pulse[J]. *The European Physical Journal Special Topics*, 2009, 175(1):49–55. <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2009-01116-5>.
- [48] CORDE S, PHUOC K T, FITOUR R, et al. Controlled Betatron X-Ray Radiation from Tunable Optically Injected Electrons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107:255003. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.255003>.
- [49] ESAREY E, HUBBARD R F, LEEMANS W P, et al. Electron Injection into Plasma Wakefields by Colliding Laser Pulses[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, 79:2682–2685. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.79.2682>.
- [50] CHEN M, ESAREY E, GEDDES G R, C, et al. Electron injection and emittance control by transverse colliding pulses in a laser-plasma accelerator[J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2014, 17:051303. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.17.051303>.
- [51] DAVOINE X, LEFEBVRE E, RECHATIN C, et al. Cold Optical Injection Producing Monoenergetic, Multi-GeV Electron Bunches[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, 102:065001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.065001>.
- [52] LEHE R, LIFSCHITZ A F, DAVOINE X, et al. Optical Transverse Injection in Laser-Plasma Acceleration[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 111:085005. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.085005>.
- [53] VIEIRA J, MARTINS S F, PATHAK V B, et al. Magnetic Control of Particle Injection in Plasma Based Accelerators[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 106:225001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.225001>.

- [54] VIEIRA J, MARTINS J L, PATHAK V B, et al. Magnetically assisted self-injection and radiation generation for plasma-based acceleration[J]. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 2012, 54(12):124044. <http://stacks.iop.org/0741-3335/54/i=12/a=124044>.
- [55] MCGUFFEY C, THOMAS A G R, SCHUMAKER W, et al. Ionization Induced Trapping in a Laser Wakefield Accelerator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104:025004. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.025004>.
- [56] PAK A, MARSH K A, MARTINS S F, et al. Injection and Trapping of Tunnel-Ionized Electrons into Laser-Produced Wakes[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104:025003. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.104.025003>.
- [57] CLAYTON C E, RALPH J E, ALBERT F, et al. Self-Guided Laser Wakefield Acceleration beyond 1 GeV Using Ionization-Induced Injection[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 105:105003. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.105003>.
- [58] BOURGEOIS N, COWLEY J, HOOKER S M. Two-Pulse Ionization Injection into Quasilinear Laser Wakefields[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 111:155004. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.155004>.
- [59] YU L L, ESAREY E, SCHROEDER C, et al. Two-color laser-ionization injection[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 112:125001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.125001>.
- [60] XU X L, WU Y P, ZHANG C J, et al. Low emittance electron beam generation from a laser wakefield accelerator using two laser pulses with different wavelengths[J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2014, 17:061301. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.17.061301>.
- [61] HIDDING B, PRETZLER G, ROSENZWEIG J B, et al. Ultracold Electron Bunch Generation via Plasma Photocathode Emission and Acceleration in a Beam-Driven Plasma Blowout[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 108:035001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.035001>.

- [62] XU X L, HUA J F, LI F, et al. Phase-Space Dynamics of Ionization Injection in Plasma-Based Accelerators[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2014, 112:035003. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.035003>.
- [63] CHEN M, ESAREY E, SCHROEDER C B, et al. Theory of ionization-induced trapping in laser-plasma accelerators[J]. *Phys. Plasmas*, 2012, 19(3):033101. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/19/3/10.1063/1.3689922>.
- [64] POLLOCK B B, CLAYTON C E, RALPH J E, et al. Demonstration of a Narrow Energy Spread, ~ 0.5 GeV Electron Beam from a Two-Stage Laser Wakefield Accelerator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107:045001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.045001>.
- [65] LIU J S, XIA C Q, WANG W T, et al. All-Optical Cascaded Laser Wakefield Accelerator Using Ionization-Induced Injection[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, 107:035001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.035001>.
- [66] ZENG M, HAFZ N A, NAKAJIMA K, et al. Controlled ionization-induced injection by tailoring the gas-density profile in laser wakefield acceleration[J]. *J. Plasma Phys.*, 2012, 78(04):363–371. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022377812000098>.
- [67] UMSTADTER D, KIM J K, DODD E. Laser Injection of Ultrashort Electron Pulses into Wakefield Plasma Waves[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, 76:2073–2076. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.76.2073>.
- [68] CHEN M, SHENG Z M, MA Y Y, et al. Electron injection and trapping in a laser wakefield by field ionization to high-charge states of gases[J]. *J. Appl. Phys.*, 2006, 99(5):056109. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2179194>.
- [69] OZ E, DENG S, KATSOULEAS T, et al. Ionization-Induced Electron Trapping in Ultrarelativistic Plasma Wakes[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, 98:084801. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.084801>.

- [70] XIA C, LIU J, WANG W, et al. Effects of self-focusing on tunnel-ionization-induced injection in a laser wakefield accelerator[J]. *Phys. Plasmas*, 2011, 18(11):113101. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/18/11/10.1063/1.3656958>.
- [71] LI F, HUA J F, XU X L, et al. Generating High-Brightness Electron Beams via Ionization Injection by Transverse Colliding Lasers in a Plasma-Wakefield Accelerator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 111:015003. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.015003>.
- [72] XI Y, HIDDING B, BRUHWILER D, et al. Hybrid modeling of relativistic underdense plasma photocathode injectors[J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2013, 16:031303. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.16.031303>.
- [73] CHEN M, ESAREY E, GEDDES C, et al. Electron injection and emittance control by transverse colliding pulses in a laser-plasma accelerator[J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2014, 17:051303. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.17.051303>.
- [74] HUANG K, LI D Z, YAN W C, et al. Simultaneous generation of quasi-monoenergetic electron and betatron X-rays from nitrogen gas via ionization injection[J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 105(20):204101. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/apl/105/20/10.1063/1.4902127>.
- [75] DESFORGES F G, PARADKAR B S, HANSSON M, et al. Dynamics of ionization-induced electron injection in the high density regime of laser wakefield acceleration[J]. *Phys. Plasmas*, 2014, 21(12):120703. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/21/12/10.1063/1.4903845>.
- [76] ZENG M, DAVIDSON A, LU W, et al. Some observations on trapping in nonlinear multi-dimensional wakes[J]. *AIP Conference Proceedings*, 2012, 1507(1):351–356. <http://scitation.aip.org/content/aip/proceeding/aipcp/10.1063/1.4773721>.

- [77] LIFSCHITZ A, MALKA V. Optical phase effects in electron wakefield acceleration using few-cycle laser pulses[J]. *New J. Phys.*, 2012, 14(5):053045. <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/14/5/053045>.
- [78] SVELTO O. *Principles of Lasers*[J]. 2010.
- [79] SUN G Z, OTT E, LEE Y, et al. Self-focusing of short intense pulses in plasmas[J]. *Phys. Fluids*, 1987, 30(2):526–532. <http://dx.doi.org/10.1063/1.866349>.
- [80] ANDERSON D, BONNEDAL M. Variational approach to nonlinear self-focusing of Gaussian laser beams[J]. *Phys. Fluids*, 1979, 22(1):105–109. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pof1/22/1/10.1063/1.862445>.
- [81] SPRANGLE P, TANG C M, ESAREY E. Relativistic self-focusing of short-pulse radiation beams in plasmas[J]. *Plasma Science, IEEE Transactions on*, 1987, 15(2):145–153. <http://dx.doi.org/10.1109/TPS.1987.4316677>.
- [82] TZENG K C, MORI W B. Suppression of Electron Ponderomotive Blowout and Relativistic Self-Focusing by the Occurrence of Raman Scattering and Plasma Heating[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, 81:104–107. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.104>.
- [83] ZENG M, CHEN M, SHENG Z M, et al. Self-truncated ionization injection and consequent monoenergetic electron bunches in laser wakefield acceleration[J]. *Phys. Plasmas*, 2014, 21(3):030701. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/21/3/10.1063/1.4868404>.
- [84] PUKHOV A, MEYER-TER VEHN J. Laser wake field acceleration: the highly nonlinear broken-wave regime[J]. *Appl. Phys. B*, 2002, 74(4-5):355–361. <http://dx.doi.org/10.1007/s003400200795>.
- [85] DAWSON J M. Particle simulation of plasmas[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1983, 55:403–447. <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.55.403>.

- [86] YEE K S, et al. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media[J]. IEEE Trans. Antennas Propag, 1966, 14(3):302–307. <http://ecee.colorado.edu/~mcleod/teaching/nmip/references/Numerical%20Solution%20of%20Initial%20Value%20Problems%20of%20Maxwells%20Equations%20Yee%201966.pdf>.
- [87] FONSECA R A, et al. LECTURE NOTES IN COMPUTER SCIENCE[M], Vol. 2331.[S.l.]: [s.n.] , 2002: 342–351. http://dx.doi.org/10.1007/3-540-47789-6_36.
- [88] TZOUFRAS M, LU W, TSUNG F S, et al. Beam Loading in the Nonlinear Regime of Plasma-Based Acceleration[J]. Phys. Rev. Lett., 2008, 101:145002. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.145002>.
- [89] LI S, HAFZ N A, MIRZAEI M, et al. Enhanced single-stage laser-driven electron acceleration by self-controlled ionization injection[J]. Optics Express, 2014, 22(24):29578–29586. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.22.029578>.
- [90] ZOU D B, ZHUO H B, YANG X H, et al. Enhanced target normal sheath acceleration based on the laser relativistic self-focusing[J]. Phys. Plasmas, 2014, 21(6):063103. <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/21/6/10.1063/1.4882245>.
- [91] EMMA P, AKRE R, ARTHUR J, et al. First lasing and operation of an ångstrom-wavelength free-electron laser[J]. Nat. Photonics, 2010, 4(9):641–647. <http://www.nature.com/nphoton/journal/v4/n9/full/nphoton.2010.176.html>.
- [92] ISHIKAWA T, AOYAGI H, ASAKA T, et al. A compact X-ray free-electron laser emitting in the sub-ångstrom region[J]. Nat. Photonics, 2012, 6(8):540–544. <http://www.nature.com/nphoton/journal/v6/n8/full/nphoton.2012.141.html>.
- [93] KRAUSZ F, IVANOV M. Attosecond physics[J]. Rev. Mod. Phys., 2009, 81:163–234. <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.163>.

- [94] HARA T, INUBUSHI Y, KATAYAMA T, et al. Two-colour hard X-ray free-electron laser with wide tunability[J]. *Nat. Commun.*, 2013, 4:2919. <http://www.nature.com/articles/ncomms3919>.
- [95] LUNDH O, RECHATIN C, LIM J, et al. Experimental Measurements of Electron-Bunch Trains in a Laser-Plasma Accelerator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 110:065005. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.065005>.
- [96] CHEN S, POWERS N D, GHEBREGZIABHER I, et al. MeV-Energy X Rays from Inverse Compton Scattering with Laser-Wakefield Accelerated Electrons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2013, 110:155003. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.155003>.
- [97] CIPICCIA S, ISLAM M R, ERSFELD B, et al. Gamma-rays from harmonically resonant betatron oscillations in a plasma wake[J]. *Nat. Phys.*, 2011, 7(11):867–871. <http://www.nature.com/nphys/journal/v7/n11/abs/nphys2090.html>.
- [98] PHUOC K T, CORDE S, THAURY C, et al. All-optical Compton gamma-ray source[J]. *Nat. photonics*, 2012, 6(5):308–311. <http://www.nature.com/nphoton/journal/v6/n5/abs/nphoton.2012.82.html>.
- [99] CORDE S, TA PHUOC K, LAMBERT G, et al. Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2013, 85:1–48. <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.85.1>.
- [100] LEEMANS W, NAGLER B, GONSALVES A, et al. GeV electron beams from a centimetre-scale accelerator[J]. *Nat. Phys.*, 2006, 2(10):696–699. <http://www.nature.com/nphys/journal/v2/n10/abs/nphys418.html>.
- [101] HOOKER S. Developments in laser-driven plasma accelerators[J]. *Nat. Photonics*, 2013, 7(10):775–782. <http://www.nature.com/nphoton/journal/v7/n10/abs/nphoton.2013.234.html>.

- [102] WANG X, ZGADZAJ R, FAZEL N, et al. Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration of electrons to 2 GeV[J]. Nat. Commun., 2013, 4:1988. <http://www.nature.com/ncomms/2013/130611/ncomms2988/full/ncomms2988.html>.
- [103] NAKAJIMA K, LU H, ZHAO X, et al. 100-GeV large scale laser plasma electron acceleration by a multi-PW laser[J]. Chin. Opt. Lett., 2013, 11(1):013501. <http://www.opticsinfobase.org/col/abstract.cfm?uri=col-11-1-013501>.
- [104] ZENG M, CHEN M, YU L L, et al. Multichromatic Narrow-Energy-Spread Electron Bunches from Laser-Wakefield Acceleration with Dual-Color Lasers[J]. Phys. Rev. Lett., 2015, 114:084801. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.084801>.
- [105] LU W, HUANG C, ZHOU M, et al. Nonlinear Theory for Relativistic Plasma Wakefields in the Blowout Regime[J]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96:165002. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.165002>.
- [106] MURPHY C D, TRINES R, VIEIRA J, et al. Evidence of photon acceleration by laser wake fields[J]. Phys. Plasmas, 2006, 13(3):- . <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/13/3/10.1063/1.2178650>.
- [107] MARINELLI A, LUTMAN A, WU J, et al. Multicolor Operation and Spectral Control in a Gain-Modulated X-Ray Free-Electron Laser[J]. Phys. Rev. Lett., 2013, 111:134801. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.134801>.
- [108] PAULUS C, TABARY J, PIERRON N B, et al. A multi-energy X-ray backscatter system for explosives detection[J]. J. Instrument., 2013, 8(04):P04003. <http://iopscience.iop.org/1748-0221/8/04/P04003>.
- [109] DIERICKX B, BULS N, BOURGAIN C, et al. On the diagnostic value of multi-energy X-ray imaging for Mammography[C]//European Optical Society symposium, Munchen. .[S.l.]: [s.n.] , 2009:16–18. http://www.caeleste.com/caeleste_publications/2009Munchen/dierickxmammo2009.pdf.

- [110] MALKA V, FAURE J, GAUDUEL Y A, et al. Principles and applications of compact laser-plasma accelerators[J]. Nat. Phys., 2008, 4(6):447–453. <http://www.nature.com/nphys/journal/v4/n6/full/nphys966.html>.
- [111] HONG S Y, DADAP J I, PETRONE N, et al. Optical Third-Harmonic Generation in Graphene[J]. Phys. Rev. X, 2013, 3:021014. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.3.021014>.

简 历

基本情况

曾明，男，籍贯湖南，1987年1月出生，未婚，上海交通大学物理与天文系在读博士研究生。

教育状况

2005年9月至2009年7月，上海交通大学，本科，专业：光信息科学与技术；

2009年9月至2015年6月，上海交通大学，博士研究生(直博)，专业：等离子体物理。

研究经历

2009年8月至2009年9月，Max-Born研究所，实习；

2011年9月至2012年8月，美国加州大学洛杉矶分校，访问学者。受上海交通大学博士生国外访学项目资助。

获得奖项

2014年AMD高性能计算奖学金。

研究兴趣

激光等离子体加速器。

联系方式

通讯地址：上海市闵行区东川路800号，上海交通大学，激光等离子体实验室

邮编：200240

Email : zengming_1987@sjtu.edu.cn

chippen8888@gmail.com

致 谢

今年是本人博士研究生第六年，进入上海交大求学第十年。回顾这些年来，需要感谢的人及事物很多。首先应该感谢我的导师盛政明教授，把我领进激光等离子体这个领域。自从我认识他始，他一直是我尊敬的师长和平易近人的朋友，他对学生的信任与扶持是我得以发挥个性与潜力的保障。感谢陈民老师，是他的坚持将我的灵感打磨成璀璨的明珠。感谢中島一久教授，是他将电离诱导注入这条希望之路推荐给我。感谢 Nasr A. M. Hafz 老师，他一贯的乐观不停的激励着我。感谢钟晓霞老师，郑君老师，於陆勒老师，陈燕萍老师，翁苏明老师，何峰老师，陈洁老师，徐剑秋老师，谢国强老师，向导老师，陈险峰老师，陈黎明老师，他们都在我需要的时候给了我无私的帮助。感谢我前往 UCLA 访学那一年所结交的朋友与师长。感谢鲁巍教授，他的睿智与洒脱是我此后工作与生活态度的标杆。感谢 Warren B. Mori 教授，在他领导下的研究是充满活力与信心的。感谢安维明，他在我客居异乡的时间里如同兄长般的照顾我。感谢 Frank Tsung，与他的每次交流都使我收获丰富。感谢方云，Asher Davidson，余沛成和徐新路，陪伴我度过了那难忘的一年。感谢我在本科和研究生课程时的老师们，他们所传授的知识都已成为我身体的一部分。我还要感谢研究生阶段的各位师友，感激并怀念一起度过的岁月。感谢王伟民，丁文君，朱鹏飞，李润泽，杜海伟，刘越，曾艺，刘晋陆，张忠超，张睿，马杰，陈龙，穆洁，张凯云，王世伟，黄芙蓉。感谢那些在我生命中出现过的朋友们，数量众多，恕不能一一列举。特别感谢我的室友黎飞宇，怀念与其共同进步的日子。感谢罗辑帮我校对文稿。感谢我的家人，他们的支持是我完成博士学业和研究的必要条件。感谢我生命中第一个重要的女性，我的母亲，也感谢我生命中的第二个重要的女性，我的挚爱，思宇。

同样重要的，我需要感谢我的母校，上海交通大学，为我能够潜心研究提供了绝佳的环境。感谢这个时代，祖国国力日渐强盛，从当研究生入学初期节衣缩食的日子，到过上体面的生活，我不得不感叹时代进步之快，知识之被尊重与日俱增。

我更要感谢挫折，感谢孤独苦闷的日子，感谢那些不顺心的事。是它们磨

练了我的心智，使我沉静，让我放低姿态，不至于骄傲自满。逆境给了我冲破障碍的信心，让我在今后面对各种境遇能够游刃有余。压力教会了我自我调节的方法，让我不至于在未来的未知困难中被摧垮。孤独给了我思考人生的机会，让我在追逐的路上有理由偶尔停下脚步欣赏四周的风景。

最后，感谢大自然，赐予我们如此丰富多彩的世界。

攻读学位期间发表的学术论文目录

- [1] M. Zeng, M. Chen, L. L. Yu, W. B. Mori, Z. M. Sheng, B. Hidding, D. A. Jaroszynski and J. Zhang, *Multichromatic Narrow-Energy-Spread Electron Bunches from Laser-Wakefield Acceleration with Dual-Color Lasers*, Phys. Rev. Lett. **114**, 084801 (2015).
- [2] G. Golovin, S. Chen, N. Powers, C. Liu, S. Banerjee, J. Zhang, M. Zeng, Z. Sheng, and D. Umstadter, *Tunable monoenergetic electron beams from independently controllable laser-wakefield acceleration and injection*, Phys. Rev. ST Accel. Beams **18**, 011301 (2015).
- [3] S. Li, N. A. M. Hafz, M. Mirzaie, T. Sokollik, M. Zeng, M. Chen, Z.-M. Sheng, and J. Zhang, *Enhanced single-stage laser-driven electron acceleration by self-controlled ionization injection*, Optics Express **22** (24), 29578 (2014).
- [4] M. Zeng, M. Chen, Z.-M. Sheng, W. B. Mori, and J. Zhang, *Self-truncated ionization injection and consequent monoenergetic electron bunches in laser wakefield acceleration*, Phys. Plasmas **21**, 030701 (2014).
- [5] J. Mu, F.-Y. Li, M. Zeng, M. Chen, Z.-M. Sheng, and J. Zhang, *Robust relativistic electron mirrors in laser wakefields for enhanced Thomson backscattering*, Appl. Phys. Lett. **103**, 261114 (2013).
- [6] Y. Liu, F.-Y. Li, M. Zeng, M. Chen, and Z.-M. Sheng, *Ultra-intense attosecond pulses emitted from laser wakefields in non-uniform plasmas*, Laser and Particle Beams **31**, 233–238 (2013).
- [7] W.-M. Wang, Z.-M. Sheng, M. Zeng, Y. Liu, Z.-D. Hu, S. Kawata, C.-Y. Zheng, W. B. Mori, L.-M. Chen, Y.-T. Li, and J. Zhang, *Upper limit power for self-guided propagation of intense lasers in plasma*, Appl. Phys. Lett. **101**, 184104 (2012).

- [8] M. Zeng, A. Davidson, W. Lu, W.-M. An, Z.-M. Sheng, and W. B. Mori, *Some observations on trapping in nonlinear multi-dimensional wakes*, AIP Conf. Proc. **1507**, 351 (2012).
- [9] M. Zeng, N. A. M. Hafz, K. Nakajima, L.-M. Chen, W. Lu, W. B. MORI, Z.-M. Sheng, and J. Zhang, *Controlled ionization-induced injection by tailoring the gas-density profile in laser wakefield acceleration*, J. Plasma Physics **78**, 363-371 (2012).
- [10] 用于产生高品质电子加速的激光等离子体加速器电离注入方法, 专利申请号 2013106872841。
- [11] 基于全光激光等离子体加速器的 γ 射线源, 专利申请号 2014100205904。