上海交通大学博士学位论文

极强场激光与等离子体相互作用中的谐波辐射研究

博 士 研 究 生：余继晔

学　　　　　号：0140729007

导　　　　　师：陈民教授

申 请 学 位：理学博士

学　　　　　科：等离子体物理

所 在 单 位：物理与天文学院

答 辩 日 期：2020 年 11 月 3 日

授予学位单位：上海交通大学

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University
for the Degree of Doctor

HARMONICS RADIATION IN EXTREME LASER PLASMA INTERACTION

Candidate:	Jiye Yu
Student ID:	0140729007
Supervisor:	Prof. Min Chen
Academic Degree Applied for:	Doctor of Philosophy
Speciality:	Plasma Physics
Affiliation:	School of Physics and Astronomy
Date of Defence:	Nov. 3, 2020
Degree-Conferring-Institution:	Shanghai Jiao Tong University

上海交通大学
学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期：　　　年　　月　　日

上海交通大学
学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保　密 □，在 ______ 年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密 □。

（请在以上方框内打“✓”）

学位论文作者签名：　　　　　　　　指导教师签名：

日期：　　　年　　月　　日　　　日期：　　　年　　月　　日

极强场激光与等离子体相互作用中的谐波辐射研究

摘 要

自从六十年前 Maiman 研制出世界上第一台红宝石激光器以来，人们对更高光强激光的追求就从未停止。1985 年 Strickland 和 Mourou 提出的啁啾脉冲放大 (CPA) 方案突破了超强激光放大技术的瓶颈，使得光强在接下来数十年内得到了显著提升。随着激光强度的不断提升，激光和物质相互作用的研究也得到了迅速发展，其中由激光与气体作用产生的高次谐波 (HHG) 辐射，尤其在极紫外 (XUV) 或 X 射线波段的辐射在超快动力学诊断、高分辨衍射成像、自由电子激光品质提升等方面已有着广泛应用。在相对论或亚相对论激光和固体靶作用产生高次谐波方面，人们也已经开展了大量的理论和实验研究，发现了多种不同的辐射机制。本论文针对强激光与等离子体相互作用中的谐波辐射，重点研究了从 $10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$ 到 $10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$ 区间内不同强度激光和等离子体相互作用中由非线性效应、辐射阻尼效应和 QED 级联效应诱导产生谐波的新现象和辐射机制，其中针对非线性效应，我们研究了辐射对激光靶参数的依赖关系，对后两种效应，我们发现了两种与之相关的新辐射机制。主要工作包含以下三方面：

1. 研究了相对论强度激光和固体靶相互作用中相干同步辐射 (CSE) 机制产生靶后谐波对激光和靶参数的依赖关系。在这一过程中，靶前表面电子在激光场和静电场共同作用下在靶前后表面振荡，并在靶后产生同步辐射谐波。一维模拟中靶后可以观察到高于等离子体频率 ω_p 的奇数次谐波，在二维模拟中靶后还出现了小于 ω_p 阶的奇数次谐波，这是由于二维模拟中横向电场对靶内电子密度的调制造成的，这一效应在一维模拟或二维 s 偏振激光入射时不存在。我们还发现低阶谐波的强度在激光焦斑半径和归一化光强 a_0 乘积一定时保持不变，但是随靶厚的增大而降低。而高阶谐波的强度只和归一化光强相关，和

靶厚无关联。在靶前密度标长变长后，高密度电子层的形成被预等离子体抑制，谐波随之消失。当激光斜入射靶面时，靶后谐波将出现多个偶数阶成分。

2. 研究了超强激光和低密度等离子体相互作用时，由辐射阻尼效应 (RR) 诱导产生的低阶谐波辐射。当考虑 RR 效应后，部分电子会被捕获在激光场中心。这部分电子会在激光场中辐射高能光子并产生横向动量变化，由此激发出横向电流的变化，导致谐波辐射。在粒子模拟程序中追踪电子时加入高能光子辐射事件 (HEPEE) 的功能后，我们发现激光自身波形对电子辐射光子事件的时间具有调制作用，这使得电子除由经典非线性效应产生辐射外，还会由辐射阻尼效应产生一定的辐射，并且这些产生的辐射会发生部分相干叠加。在包含 RR 效应时，由于等离子体还会造成激光能量过快吸收，使得所激发的谐波在靶后探测时的强度随靶厚变厚而减小。而在无 RR 效应时，由于激光能量吸收较弱，激光最终可以通过打洞效应穿透模拟中所用各种厚度的靶，因此由经典非线性效应产生的谐波强度随靶厚度变化不大。

3. 研究了双束极强激光场和等离子体相互作用中由于 QED 级联效应诱导低阶谐波辐射产生。我们首先研究了 QED 级联深度在不同偏振的单束极强激光和等离子体相互作用中的分布，发现当激光圆偏振入射时可以抑制电子在纵向的扩散，利于正负电子对的产生，同时级联深度较深。随后我们发现双束相对传播的极强激光与单个薄膜靶作用时，可以在等离子体区域产生大量正负电子对，同时可在相互作用区域的两侧观测到高达 5 阶次的谐波辐射。研究发现这种谐波是由 QED 级联效应引起的，并且在驱动激光反射和透射方向都能观察到谐波辐射，其中反射方向的谐波占主导。通过对电流成分的分析发现，QED 级联效应可以引起新生的正负电子对密度振荡，其振荡频率为 2 倍和 4 倍激光频率。结合激光对横向电子 (正电子) 速度 v_y 中基频成分的振荡，使得最终产生 3 阶和 5 阶的谐波辐射。当 QED 级联效应在程序中关闭，或者入射激光强度降低时，正负电子对无法大量产生，辐射谱中的这些高阶谐波成分也随之消失。

以上三种谐波辐射是随着相互作用中激光强度的不断提升，分别由非线性、辐射阻尼和 QED 级联效应激发的。它们在辐射阶次、辐射强度，以及对激光、靶参数的依赖性方面有各自的特点。其中后两者是我们首次发现的极强场激光和等离子体作用中谐波产生的新机制。虽然后两种机制谐波强度和转化率较低，在应用方面不如通常由于经典辐射机制产生的高次谐波，然而它们有望在新一代数十拍瓦至百拍瓦大型激光装置建成后，为这些新的物理效应，如辐射阻尼、正负电子对产生、QED 级联等提供探测和诊断的方案。

关键词：强场激光，激光等离子体，谐波产生，辐射阻尼，QED 级联，PIC 模拟

HARMONICS RADIATION IN EXTREME LASER PLASMA INTERACTION

ABSTRACT

Since Maiman developed the first ruby laser in 1960, the pursuit of higher laser intensity has never stopped. The Chirped Pulse Amplification (CPA) scheme proposed by Strickland and Mourou in 1985 broke through the technical bottleneck of laser pulse amplification, making laser intensity greatly enhanced in the next few decades. With the continuous increasing of laser intensity, the studies of laser matter interaction develop rapidly. Among them, the high harmonics radiation generated in laser gas interaction, especially in the extreme ultraviolet (XUV) or X-ray band has been widely used in ultra-fast dynamic diagnosis, high-resolution diffraction imaging, free electron laser, etc. In the studies of HHG generated by relativistic or sub-relativistic laser solid target interaction, people have also discovered a variety of different radiation mechanisms both theoretically and experimentally. For the harmonics emission in strong laser plasma interactions, this thesis focuses on the study of harmonics generation induced by the nonlinear effect, radiation reaction effect and QED cascade effect with laser intensities ranging from $10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$ to $10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$. For nonlinear effect, we studied the dependence of radiation on laser target parameters. For the latter two effects, we found two new radiation mechanisms related to them. The main work includes the following three parts:

1. We studied the dependence of harmonics generation in the target rear side on laser target parameters by Coherent Synchrotron Emission (CSE) mechanism in the relativistic laser solid target interaction. In this process, the electrons at the target front surface oscillate back-and-forth due to the

driver laser and the electrostatic field, and emit harmonics at target rear side. The odd order harmonics with frequency higher than the plasma frequency ω_p can be observed in the target rear side in 1D simulation. Other odd order harmonics with frequency less than ω_p also appear in 2D simulations in the target rear side. This effect is due to the transverse density modulation inside the target in the 2D simulation. Such effect is absent in 1D or s polarized light incidence in 2D simulations. We also found that the intensity of low order harmonics remains unchanged when the product of laser focal radius and laser normalized intensity a_0 is constant, but decreases as the target thickness increases. However, the intensity of high order harmonics is only related to the normalized laser intensity, and has no relationship with the target thickness. As the target front density scale length gets longer, the formation of high density electron layer is inhibited by the pre-plasma, and the harmonic disappears. We also found when the laser is obliquely incident, even order harmonic components will appear in the target rear side.

2. We studied the low-order harmonics generation induced by Radiation Reaction effect (RR) when ultra-strong laser interacts with low density plasma. When the RR effect is included, some electrons are trapped in the center of the laser field. These electrons emit high energy photons in the laser field and induce electrons' transverse momenta variation, thereby exciting the transverse current variation and resulting in harmonic radiation. By adding the High Energy Photon Emission Event (HEPEE) function in the Particle-In-Cell simulation code when tracking the electrons, we found that the time of photon emission event by the electrons is modulated to the laser profile, which makes the electrons not only generate radiation by the classical nonlinear effect, but also generate radiation by the radiation reaction effect, and these generated radiation will be partially coherently superimposed. We also found when the RR effect is included, the laser energy is absorbed quickly due to the existence of the plasma, so that the intensity of harmon-

ics detected in the target rear side decreases as the target becomes thicker. When RR effect is not included, the laser energy absorption is weak, the laser can finally penetrate the target of various thicknesses used in the simulation through the hole-boring effect, thus the intensity of harmonics induced by classical nonlinear effects does not rely much on the target thickness.

3. We studied the low-order harmonics generation induced by QED cascade effect in extreme intense double laser beam irradiates on plasma. We first studied the distribution of QED cascade depth in single extreme intense laser plasma interaction with different laser polarizations. We found that when the incident laser is circularly polarized, the electrons' longitudinal difussion is suppressed, which is beneficial to electron-positron generation, and the cascade depth is deeper. We then found that enormous amount of electron-positron pairs are formed in the laser plasma interaction region in two counter-propagating beams incidence on a thin foil, at the same time harmonics up to 5^{th} order are observed from the two sides of the interaction region. Such harmonics emission is due to the QED cascade effect, and can be observed both in the reflection direction and transmission direction of the driver laser, where the reflection one dominates. Through the analysis of the electric current source, QED cascade effect can induce newly generated electron-positron pair density oscillations, whose oscillation frequencies are 2 and 4 times laser frequency. Combined with the laser fundamental frequency in electron (positron) transverse velocity v_y by laser, 3^{rd} and 5^{th} order harmonics radiation is formed. When QED cascade effect is switched off in the code, or the intensity of the incident laser is reduced, large number of electron positron pairs can not generate, harmonic components in the radiation spectrum disappear as a result.

The above three harmonic emissions are induced by the nonlinear effects, radiation reaction and QED cascade effects respectively as the interaction laser intensity increases. They have their own characteristics in terms of

harmonic order, radiation intensity, and the dependence on laser and target parameters. The latter two are new mechanisms of harmonic generation during the interaction between the extremely intense laser and plasma that we have discovered for the frst time. Although both of them have lower harmonic intensities and energy conversion rates, which is not as good as the high harmonics generation induced by classical radiation mechanisms in application, it is expected that they can be used to detect some new physical effects, such as radiation reaction, electron positron pair generation, QED cascade, etc. These would be helpful for the laser plasma studies on the next generation of tens to hundreds of petawatts extremely intense laser facilities.

KEY WORDS: Strong-field laser, Laser plasma, Harmonics generation, Radiation Reaction, QED cascade, Particle-In-Cell simulation

目 录

第一章 绪论

1.1 超短超强激光技术及其与物质相互作用研究的发展

1960 年，美国科学家 Maiman 研制了世界上第一台激光器 [1]。由于激光具有准直性好，相干性高，亮度高等特点，被迅速应用到各个领域中。紧接着出现的调 Q(Q switch)、锁模 (mode-locking) 技术将脉宽压缩至皮秒量级，极大增强了激光的峰值功率，达到了吉瓦水平 [2-4]。由于激光在介质中传输引发的自聚焦，自相位调制效应容易引起光学器件的损伤，激光强度在很长时间内都无法得到大幅提升。直到 1985 年，Strickland 和 Mourou 发明了啁啾脉冲放大 (Chirped Pulse Amplification, CPA) 技术 [5]，他们利用激光的啁啾特性和材料的色散效应，先将脉冲展宽至纳秒量级，再将其放大，最后通过脉冲压缩器把啁啾脉冲压缩回去，成功克服了上述问题，使得脉冲光强达到 $10^{15}\,\mathrm{W/cm^2}$，对应的电场强度达到了原子内库伦场的量级。他们也因此获得了 2018 年诺贝尔物理学奖。现在，人们已经可以产生峰值功率超过 1 拍瓦 (10^{15} W)，光强高达 $10^{21} \sim 10^{22}\,\mathrm{W/cm^2}$，脉宽飞秒量级的超短超强脉冲 [6-8]，并且还可以通过光参量放大 (OPCPA)、准参量放大技术 (QPCPA) 进一步提高激光装置的功率 [9, 10]。世界上多个国家都在拍瓦级别高功率激光建设方面做了大规模投入 [11]，如 Mourou 推动欧盟建设的 10 – 100 PW 极端光设施 (Exreme Light Infrastructure, ELI) [6]，英国的 Vulcan 10 PW 激光装置 [12]，法国的 Apollon-10 PW 强激光装置 [13]，德国 ELBE(Electron Linac for beams with high Brilliance and low Emittance) 电子加速装置 [14]，俄罗斯 200 PW 的 XCELS(Exawatt Center for Extreme Light Studies) 项目 [15] 和美国的 BELLA(BErkley Lab Laser Accelerator) 等离子体加速电子计划 [16] 等。我国上海光学精密机械研究所在 2017 年就报道产生了超过 5 PW 的激光 [17]，除此之外，10 PW 上海超强超短激光装置 (Shanghai Superintense Ultrafast Laser Facility, SULF, 又称“羲和”激光装置) 即将投入使用，以 100 PW 激光装置为核心之一的硬 X 射线自由电子激光装置极端光线站 (Station of Extreme Light, SEL) 项目也已经启动，我国有望建成国际上第一台百拍瓦级超高功率激光装置 [18-20]，这将极大提升我国在极强场科学领域的研究能力。

伴随着人们对激光技术的不断开发，激光与物质相互作用的研究也不断深入，其中激光等离子体相互作用近年来成为了人们最关注的领域之一。从应用来看，超短超强激光和等离子体相互作用在高能量密度物理 [22]，实验室天体物理 [23]，等离子体粒子加速 [24]，超快阿秒科学 [25]，辐射源 [26, 27]，激光聚变 [28] 等领域有重要应用价值。随着激光强度的快速增高，人们研究的领域也在迅速拓宽，图 1–

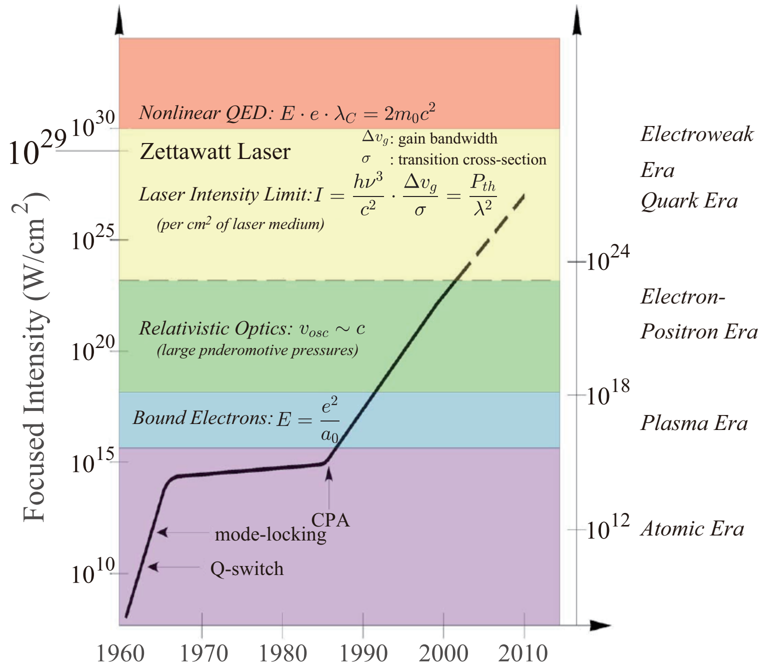

图 1–1 激光强度随年代的发展。图片来自文献 [21]。

Figure 1–1 The evolution of laser intensity.

1显示了不同光强下对应的激光和物质相互作用研究区间。当光强较低时，人们的关注点主要在激光和原子分子的电离理论，热电子对激光能量的吸收，辐射输运和辐射烧蚀，流体力学不稳定性等问题，同时催生了对惯性约束聚变的研究。当光强达到 10^{18} W/cm^2 后，激光可以在单个激光周期的时间内将电子加速到相对论速度，激光等离子体相互作用进入到相对论效应起主导的阶段。由于这些加速场可以比传统加速器高至少 3 个数量级，以强激光驱动的等离子体加速器学科成为人们重点的研究对象，其中激光直接加速电子，激光驱动尾波加速电子 (LWFA)，激光固体靶作用靶后鞘层 (TNSA)，辐射压加速 (RPA) 等机制加速离子是人们最为关注的研究方向 [29, 30]。如果将光强进一步提高到 10^{24} W/cm^2，离子的运动将达到相对论速度，并且电子在强激光场中运动时的辐射阻尼效应 (Radiation Reaction) 对等离子体动力学的影响将逐步显现，变得不可忽略，同时由量子电动力学 (Quantum ElectroDynamics, QED) 引起的 γ 光子辐射，正负电子对产生，级联产生的高度非线性效应也开始显现，甚至会产生 μ 子等轻子。这里激光的传输，能量的转化、吸收，各种粒子产生、运动、辐射都对激光等离子体的研究带来巨大挑战 [31]。当激光强度进一步提升，甚至接近 Schwinger 极限 ($\sim 5\times10^{29}$ W/cm^2) 时，电子在康普顿波长内可以获得的能量超过了其静止能量，在真空中即可产生正负电子对，

我们称之为真空电离，在此之前，真空的非线性光学效应，即真空极化 (Vacuum Polarization) 就有可能发生。此外，伴随着极强场过程，往往存在着极短脉冲的出现，这为超快科学的发展也带来了新的希望。例如由于真空中剥离出正负电子对的时间为 zs 量级 ($\sim 10^{-18}$ s)，由该过程可能会产生超强的仄秒脉冲，有望对超快科学产生革命性的推动 [32]。

除此之外，激光等离子体相互作用的研究范围仍然很广阔，有很多未知的现象等待人们的发现和探索，尤其是极强激光场下等离子体呈现的各种非线性效应。本论文在前人对于固体靶非线性和量子效应产生高次谐波以及极强场激光等离子体相互作用的基础上，重点研究了不同强度下的激光和等离子体产生谐波辐射的机制和特点。我们发现随着光强的提升，通过非线性相互作用、辐射阻尼效应和 QED 级联效应均可产生谐波辐射。尽管目前这些谐波辐射的强度和阶次都不高，无法作为有效的辐射源，但是可以为认识和诊断新的物理现象提供新的思路。

1.2 固体靶高次谐波研究背景介绍

强激光和等离子体相互作用过程中的辐射问题一直是人们关心的主要问题之一，其中最重要的就是高次谐波辐射，这是因为高次谐波在探测生物、化学反应超快过程，产生阿秒相干脉冲，诊断强场物理中有非常广阔的应用。本小节将主要介绍高次谐波研究的发展和激光固体靶高次谐波的几种产生机制。

1.2.1 高次谐波研究的发展

高次谐波的发现最早可以追溯到 1961 年，即红宝石激光器问世后不久，密西根大学的 Franken 和 Hill 等人将激光射入石英晶体，成功观察到了入射光二倍频的谐波 [33]。这一阶段的激光光强约为 $10^9 - 10^{11}$ W/cm^2，对应的实验只能得到低阶的谐波。由于和原子内部库伦场相比，激光场强较弱，在非线性光学理论中把激光场当做微扰处理就能很好地解释谐波产生。

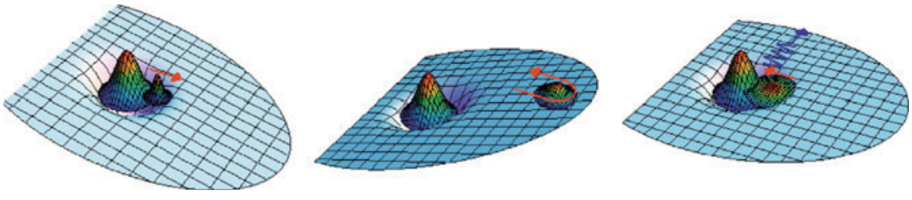

图 1–2 激光与气体靶作用中高次谐波产生的三步模型示意图。图片来自文献 [34]。

Figure 1–2 Three-step model of High Harmonics Generation in laser gas interaction.

随后 Harris 计算了低密度原子气体的多光子电离过程，发现高阶极化效率超过低阶极化，预言了真空紫外 (VUV) 和软 X 射线 (soft X-ray) 波段的辐射 [35]。1987 年，McPherson 用波长 248 nm，脉宽 1 ps 的 KrF 激光和惰性气体相互作用，观察到了高达 17 阶的谐波 [36]。由 Corkum 提出的半经典三步模型是人们普遍接受的气体高次谐波理论模型：首先电子被激光场电离，接着电子在激光场半个周期内驱动下做加速运动，获得能量，最后在下半个周期有一定概率被原子拉回复合，同时释放能量，产生高次谐波辐射，如图 1–2所示 [37]。这一阶段的光强约为 $10^{14}-10^{16}$ W/cm^2，一般采用激光和惰性原子气体相互作用，这是由于惰性气体对大范围波长的激光吸收很少，并且其电离阈值较大，有利于产生高截止能量和阶次的谐波 [38]。此外，人们发现高次谐波强度在较低的阶次会急速下降，处于扰动区，随后强度几乎不随阶次变化，出现一个类似平台的结构，最后在平台末端截断，强度又下降几个数量级，如图 1–3所示 [39]。但是这种方式产生的高次谐波效率比较低，一般在 10^{-6} 左右。同时如果入射激光太强，原子电离度变大，不利于高次谐波的产生，所以受限于入射激光强度，这种机制下产生的高次谐波强度是有上限的 [40]。

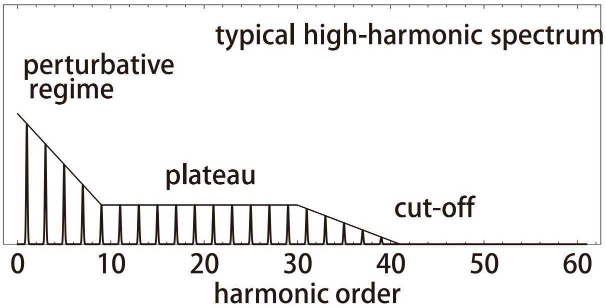

图 1–3 典型的高次谐波辐射谱：扰动区，平台区和截断。图片来自文献 [39]。

Figure 1–3 Typical HHG spectrum: perturbative regime, plateau and cut-off.

当激光光强从 10^{16} W/cm^2 进一步增加直到 10^{18} W/cm^2，对应归一化的激光矢势 $a\sim 1$ 即相对论强度，这一区间内的高次谐波产生主要是由飞秒激光和固体靶作用产生的，其频率进入 X 射线波段，截止能量达到了 keV 量级。在这样的参数下，靶表面电子先被激光剥离形成超热电子，随后又被激光加速拉回到等离子体内，受到离子的作用减速同时辐射出高次谐波 [41]。Litchers 等人在一维 PIC 模拟的基础上，将固体靶表面产生的高次谐波解释为靶面在激光作用下做相对论振荡，由于电子密度的堆积导致激光无法穿透，在反射方向产生多普勒效应引起的谐波辐射。在这一相互作用的参数区间，高次谐波的产生机制除了相对论振荡镜 (Relativistic Oscillating Mirror, ROM) 模型外，还有相干尾波辐射 (Coherent Wake

Emission, CWE)，在 1.2.2小节中我们会做一定的展开介绍 [42-45]。相关的实验也验证了这些机制产生的高次谐波辐射 [46-50]。

近几年，由于各国高功率激光的建设逐步开展，激光器功率达到了拍瓦量级 [6, 18]，光强数量级可以达到 10^{22} W/cm^2，相应的激光和等离子体相互作用进入了新的由辐射阻尼和 QED 效应起作用的区域。在这一区域内，量子效应逐渐明显，电子的辐射从连续变为随机，同时辐射阻尼效应对电子运动及等离子体集体响应的影响变得不可忽略，此时的谐波产生是一个全新的研究领域，相应的研究工作还没有成体系，文献报道的一些初步的相关研究主要有高光强下非相干 γ 射线链 [51]，频率移动和谐波谱展宽 [52] 等。本文第 三、 四章中，我们将针对这一参数区间，介绍我们的一些工作，包括单束激光和低密度等离子体中辐射阻尼效应诱导的谐波产生，以及双束拍瓦激光和固体靶相互作用中 QED 级联效应诱导的谐波产生。

1.2.2 激光固体靶高次谐波的主要机制

这一小节我们主要介绍一般的相对论光强下飞秒激光和固体靶相互作用产生高次谐波的动力学机制，以及高次谐波特征。早在 1977 年，Burnett 等通过 CO_2 激光器和固体靶相互作用，在透射方向产生了高达 11 阶的谐波 [53]。随后 Bezzerides 等通过流体运动方程描述固体靶表面等离子体的运动，解释了这种高次谐波是由表面等离子体振荡产生的辐射激发的 [54]。

与早期的气体电离产生高次谐波中使用的长脉冲激光不同，后来人们主要用飞秒激光和固体靶相互作用，得到靶表面产生的高时间分辨，高强度和较高能量转换率的高次谐波。1994 年，Bulanov 等人利用流体模型和 PIC 模拟，首次提出了相对论振荡镜的模型 [44]，将高次谐波产生解释为被相对论振荡的靶表面反射波的多普勒效应。在正入射情况下，我们假设激光的矢势为 $\mathbf{A} = (0, A_y(x,t), 0)$，这样 $E_y = -\partial A_y/\partial t$，$B_z = \partial A_y/\partial x$，激光的偏振沿 y 方向。对于电子流体，其横向动量为：

$$p_y = eA_y/c \tag{1–1}$$

这是因为正则动量 $p_y - eA_y/c$ 守恒。对于 A_y 的演化，使用库伦规范 $\nabla\cdot\mathbf{A} = 0$ 得到关于 A_y 的波动方程：

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} - \nabla^2 A_y = \frac{4\pi}{c}J_y \tag{1–2}$$

由方程 (1–1) 我们可以写出 J_y 的表达式：

$$J_y = -en_e v_y = \frac{e^2 n_e}{m_e c}\frac{A_y}{\gamma} \tag{1–3}$$

这里 γ 可以表示为：

$$\gamma = \left(1 + \frac{p_x^2 + p_y^2}{m_e^2 c^2}\right)^{1/2} \tag{1–4}$$

这样计算反射光光谱 $\left|A_y(x,t)\right|^2$ 的问题就转化为计算等离子体表面的 J_y。从 J_y 的表达式方程 (1–3) 可以看出横向电流包含了纵向密度 n_e 和相对论因子 γ，这两者都造成了 J_y 的非线性效应。

针对流体本身，我们可以写出它的纵向动力学方程：

$$\frac{dp_x}{dt} = e\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{e^2}{2m_e c^2\gamma}\frac{\partial A_y^2}{\partial x} \tag{1–5}$$

同时根据连续性方程，有：

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{n_e p_x}{m_e\gamma}\right) = 0 \tag{1–6}$$

同时，还有我们熟知的 Poisson 方程：

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e - n_0) \tag{1–7}$$

方程 (1–2)-(1–7) 构成了完整的描述电磁场矢势 $A_y(x,t)$ 的集合。

在上文针对矢势 $\mathbf{A}$ 的推导中，我们使用的是正入射激光的假设。如果是斜入射情况，做合适的洛伦兹变换，在运动参考系中只需要给等离子体平行于入射面的横向漂移，激光就变为正入射 [55]。这样初始横向电流就表示为：

$$\mathbf{J}_\perp = -\frac{en_e}{m_e\gamma}(\mathbf{p}_\perp + \mathbf{p}_0) + \frac{en_0}{m_e\gamma_0}\mathbf{p}_0 \tag{1–8}$$

其中 $\mathbf{p}_0 = -\hat{\mathbf{y}}m_e c\tan\theta = -p_0\hat{\mathbf{y}}$ 为电子横向漂移动量，n_0 为初始电子密度，这里假设离子在实验室参考系是不动的，即在运动参考系中，离子对电流的贡献始终为式 (1–8) 右边的第二项。这样纵向运动方程 (1–5) 应修正为：

$$\frac{dp_x}{dt} = e\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{e^2}{2m_e c^2\gamma}\frac{\partial A_y^2}{\partial x} + \frac{e}{m_e c\gamma}p_0\frac{\partial A_y}{\partial x} \tag{1–9}$$

相应的 γ 表达式 (1–4) 应修正为：

$$\gamma^{-1} = \frac{(1 + p_x^2/m_e^2c^2)^{1/2}}{[1 + (|\mathbf{p}|^2/m_e^2c^2)\cos^2\theta - (p_y/m_e c)\sin(2\theta)]^{1/2}} \tag{1–10}$$

根据相应的入射光，可以求得靶的流体运动方程。1996 年 Litchers 用同样的方法 (如图 1–4所示)，研究了入射激光偏振对高次谐波产生的影响，推导出了高次谐波

的选择定则 [45](见表 1–1)。借用同样的模型，当入射激光为 s 偏振时 $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$，式 (1–8) 对应的 y，z 电流分量为：

$$\begin{aligned} J_y^s &= \frac{en_e}{m_e\gamma}p_0 - \frac{en_0}{m_e\gamma_0}p_0 \\ J_z^s &= -\frac{e^2n_e}{m_ec\gamma}A_z \end{aligned} \tag{1–11}$$

同样的对于 p 偏振，y，z 电流分量为：

$$\begin{aligned} J_y^p &= -\frac{e^2n_e}{m_ec\gamma}A_y + \frac{en_e}{m_e\gamma}p_0 - \frac{en_0}{m_e\gamma_0}p_0 \\ J_z^p &= 0 \end{aligned} \tag{1–12}$$

注意到 p 偏振情况下，在激光到达之前，电子有 $\gamma \to \gamma_0$，$n_e \to n_0$，所以 $J_y^p \to 0$。

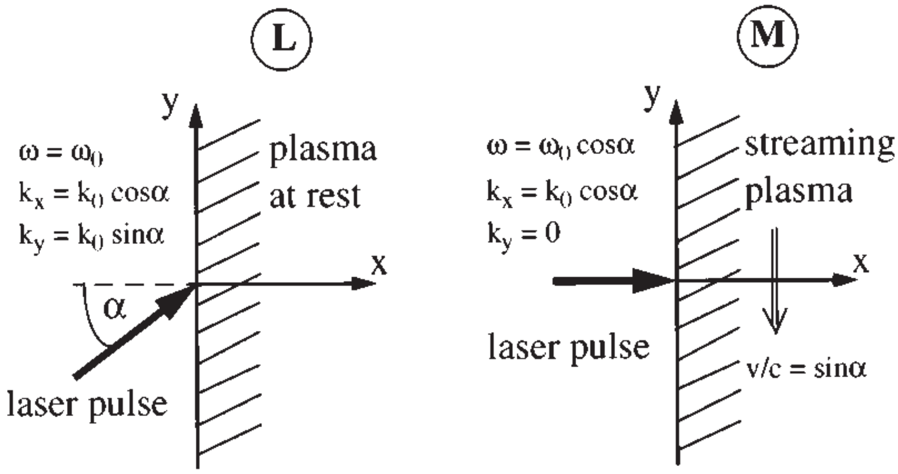

图 1–4 一维模拟中处理斜入射激光的坐标变换示意图。左侧：实验室参考系 L，右侧：移动参考系 M。图片来自文献 [45]。

Figure 1–4 Schematic of frame trasformation of obliquely incident laser in 1D simulation. Left: Laboratory frame L, right: Moving frame M.

通过观察对比式 (1–9) 和式 (1–10)，我们可以得到 p_x 大致的关系：

$$p_x \sim C_1\frac{p_y^2 + p_z^2}{\gamma} + C_2\frac{p_y}{\gamma} \tag{1–13}$$

这其中包含了 s 偏振光引导的偶数阶振荡项 $\sim p_z^2$ 和 p 偏振光的奇数和偶数阶振荡项 $\sim p_y$，$\sim p_y^2$。同理 γ 本身也包含同样模式的振荡。连续性方程 (1–6) 和 Poisson 方程 (1–7) 显示电子密度 n_e 和标势 φ 和纵向动量 p_x 具有相同的谐振成分，所以

结合方程 (1–11) 和方程 (1–12) 可以得出结论：J_z^s 会产生反射方向的纯奇次谐波，J_y^s 会产生纯偶次谐波，而 J_y^p 既能产生奇次谐波，又能产生偶次谐波。对于正入射，由于 $p_0 = 0$，所以只能产生奇次谐波。

表 1–1 高次谐波对不同入射激光，不同偏振态的选择定则。表格摘自文献 [45]
Table 1–1 Selection rules for polarization of harmonics depending on polarization of the incident pulse for oblique and normal incidence.

入射激光	奇次谐波	偶次谐波
斜入射		
s	s	p
p	p	p
圆偏振	s, p	s, p
正入射		
线偏振	线偏振	...
圆偏振	...	...

相对论振荡镜模型中，因为在飞秒脉冲作用下，靶表面等离子体密度堆积后没有足够时间在横向展开，所以可以假设是近似平台型陡峭密度分布的等离子体和激光相互作用，同时由于 $n_e \gg n_c$，表面对激光是不透明的，激光像遇到镜子一样被反射。相应的 PIC 模拟结果也显示了其假设的合理性，如图 1–5所示。我们假设等离子体在传播方向的密度分布可以表示为：

$$n_e = n_0\Theta[x - \xi(t)] \tag{1–14}$$

其中 $\Theta(x) = [0, x < 0; 1, x > 0]$ 即 Heaviside 阶梯函数，$\xi(t)$ 为密度阶梯位置。此时反射场可以表示为：

$$E_r = E_L \sin(\omega_0 t_{ret}) \tag{1–15}$$

其中 $t_{ret} = t - \xi(t)/c$ 为观察点的推迟时间，将其带入式 (1–15) 中，有：

$$E_r = E_L \sin(\omega_0(t - \xi(t)/c)) \tag{1–16}$$

此后的理论分析工作多基于对 $\xi(t)$ 形式的推导，如 Litchers 由 $\xi(t)$ 的运动方程推导出了高次谐波一维模型的选择定则，同时发现当 $\omega_p = 2\omega_0$ 时，谐波和有质动力形成共振，谐波强度最大 [45]。同年，Gibbon 用一维 PIC 模拟研究了高次谐波产生机制，发现相对论光强下，高次谐波可以超越理论上 $n_{max} = \omega_p/\omega_0$ 的截断阶次，同时给出了其转换效率的定标率 [56]。2004 年，Gordienko 等人在激光

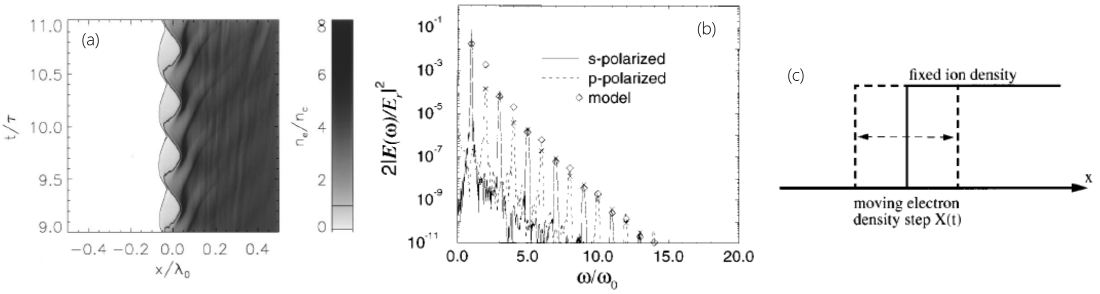

图 1–5 (a) 一维 PIC 模拟中电子密度分布，入射光为 30° 斜入射 s 偏振激光，$a_0 = 0.5$，$n_0 = 4n_c$。(b) 为与 (a) 相同参数下的谐波谱，方块和交叉为文献中理论结果。(c)ROM 模型示意图：在 $X(t)$ 处的电子边界在静止离子边界附近振荡。图片来自文献 [45]。

Figure 1–5 (a) Electron density of 1D PIC simulation result, 30° oblique incidence of s-polarized light with parameters: $a_0 = 0.5$, $n_0 = 4$. (b) Spectrum of the same parameters in (a); the diamonds and crosses are the theoretical results in the reference. (c) Schematic of ROM model: electron density with surface at $X(t)$ oscillates relative to the fixed ion density.

$a \sim 10$ 时，用渐进分析的方法给出了准单色激光产生谐波 $I_n \propto n^{-5/2}$ 的定标率，同时给出了 $4\gamma^2$ 的谐波阶次截断值 [57]。2006 年，Baeva 等人计算了表面加速度的影响，提出了新的定标率 $I_n \propto n^{-8/3}$，并发现在这种情况下，谐波的截断阶次可以达到 $\sqrt{8\alpha}\gamma_{\max}^3$ [43]，其中 α 为表面速度的二阶导数，$\gamma_{\max}$ 为表面电子的最大 γ 值。这个截断值远超传统多普勒效应推导的振荡镜模型中的截断值 $4\gamma_{\max}^2$。

除了 ROM 模型，在激光强度略低于相对论强度时，相干尾波辐射 (CWE) 机制是固体靶高次谐波产生的另一个重要原因。CWE 模型主要描述的是斜入射激光和具有密度梯度的固体靶相互作用过程中，临界密度附近的电子被激光场拉出并加热，在激光场下半周期被拉回，形成具有倾斜密度波前的阿秒电子团，随着电子团的密度振荡传播至等离子体表面，引起静电波向电磁波的线性模式转换 [58]，在表面引发谐波辐射 [59]。同样也因此，CWE 机制产生的谐波辐射截止频率对应就是等离子体频率 $\omega_p = (4\pi e^2 n_e/m_e)^2$，相应的截止阶次 $N_{\max} = \omega_p/\omega_0$。

2006 年，Quéré 等人利用 50fs、1TW 的驱动激光 45° 斜入射固体靶，在反射方向获得了 16 阶到 18 阶的高次谐波辐射 [42]。同时他们发现，12-14 阶的谐波转化率和入射激光强度关系并不大 ($\approx I^{0.4}$)，即使当光强降低到 $I\lambda^2 = 4 \times 10^{15}\ \mathrm{Wcm^{-2}\mu m^2}$，谐波依然可见，这些都说明他们提出的 CWE 机制是一种不同于 ROM 的产生高次谐波新机制。利用参考文献 [42] 中的方法，在指数密度分布 $n(x) \propto \exp(x/L)$ 的等离子体表面，密度波相位为：

$$\phi(x,y,t) = \omega_p(x)[t - t_0] \propto e^{x/2L}[t - t_0(x,y)] \tag{1–17}$$

其中 $t_0 = y\sin\theta/c + x/v$ 为 $(0, y)$ 位置产生的电子束到达 (x, y) 位置处的时间，v 为电子法向被拉回时的速度。由式 (1–17) 可知尾波场的波矢 $\mathbf{k} = -\nabla\phi$，这样在所有 $t = y/\sin\theta/c + x/v + 2L/v$ 处，$k_x = 0$，即在这条线上，波矢 $\mathbf{k} = (0, \omega_p(x)\sin\theta/c)$，对应频率为 $\omega_p(x)$ 的光辐射，如图 1–6所示。Dromey 等人发现 CWE 机制产生的高次谐波强度对于等离子体密度标长 L 十分敏感，在 $L \sim 0.1\lambda_{laser}$ 时才能起主导作用 [47]。同时由于这种相关性，Malvache 从实验上开发了通过测量谐波谱带宽反推出等离子体密度标长的方法，并得到了较好的结果 [60]。

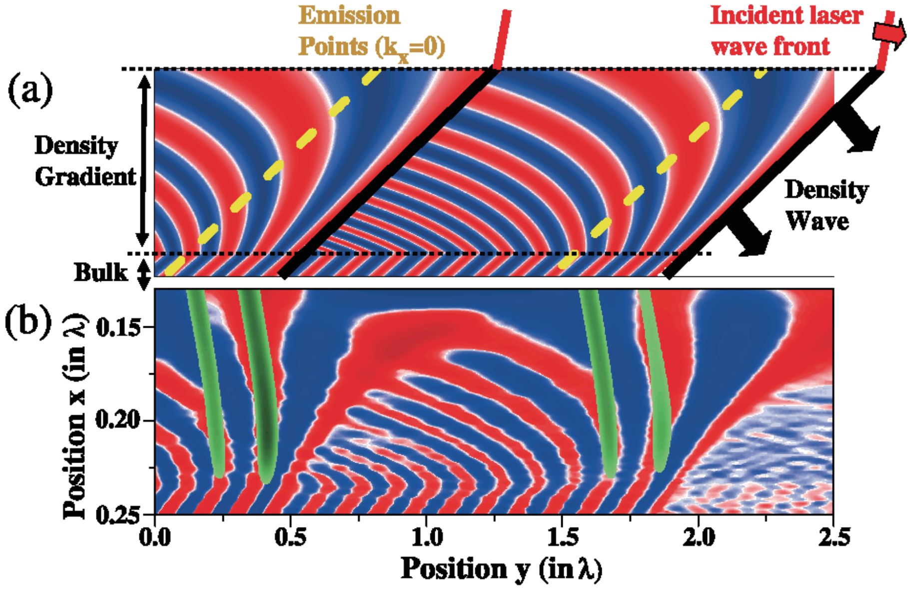

图 1–6 (a) 激光波前尾部振荡引起的密度波扫过等离子体密度梯度。(b)PIC 模拟中的纵向场 E_x(红蓝) 和滤波后的磁场 B_z(绿色)，参数为 $I\lambda^2 = 10^{17}\,\mathrm{Wcm^{-2}}\mu\mathrm{m}^2$，密度标长 $L = \lambda/40$，$\theta = 45°$，$n_0 = 180n_c$。图片来自文献 [42]。

Figure 1–6 (a) Density wave sweeping across the density gradient and wave fronts of the resulting plasma-wake oscilations. (b) Wave fronts of E_x (blue and red) and of the feqency-filtrated B_z (green), obtained from the PIC code for $I\lambda^2 = 10^{17}\,\mathrm{Wcm^{-2}}\mu\mathrm{m}^2$, scale length $L = \lambda/40$, $\theta = 45°$ and $n_0 = 180n_c$.

近几年来，随着激光光强逐渐提升，相干同步辐射 (Coherent Synchrotron Emission, CSE) 机制成为固体靶高次谐波中新发现的一种辐射机制。CSE 的理论最早在 2010 年被提出 [61]，用来解释 p 偏振斜入射，$a_0 \gg 1$ 强相对论激光和高密固体靶相互作用时，在靶面形成纳米电子层，随后电子层被激光有质动力加速穿过真空等离子体分界面，同步辐射出高次谐波的过程。如图 1–7(b) 所示，在入射激光 $a_0 = 60$，$63°$ 斜入射，靶密度 $n_e = 95n_c$ 情况下，靶表面形成了宽度为 0.0015λ，密度接近 $10000n_c$ 的纳米电子层。电子层在 $ct/\lambda = 8.05$ 时刻被有质动力重新加速，

同时产生辐射。通过理论推导，假设电流在稳相点变号与否，CSE 的谐波辐射定标率在 −4/3 到 −6/5 之间，衰减低于 ROM 机制的 −8/3 定标率 [43]。Dromey 等人通过激光正入射碳纳米靶，实验上在透射方向观察到了 $I(n) \propto n^{-1.62}$ 定标率的谐波，证明了这种机制的正确性 [62]。2016 年，Cousens 等人用 PIC 模拟了激光正入射薄靶，发现相隔半周期形成了两个纳米电子束，这两束电子分别对应两个辐射频率，并利用此可以产生 70 as 的超短阿秒脉冲 [63]。Xu 等人通过模拟，使用两片薄靶，使得第一片薄靶的纳米电子束和第二片靶的反射光相互作用，有效提高了 CSE 产生阿秒脉冲的强度 [64]。CSE 机制的谐波产生受到等离子体密度形状，激光强度，脉宽，入射角甚至载波包络相位等诸多因素的影响，并不会总是出现。

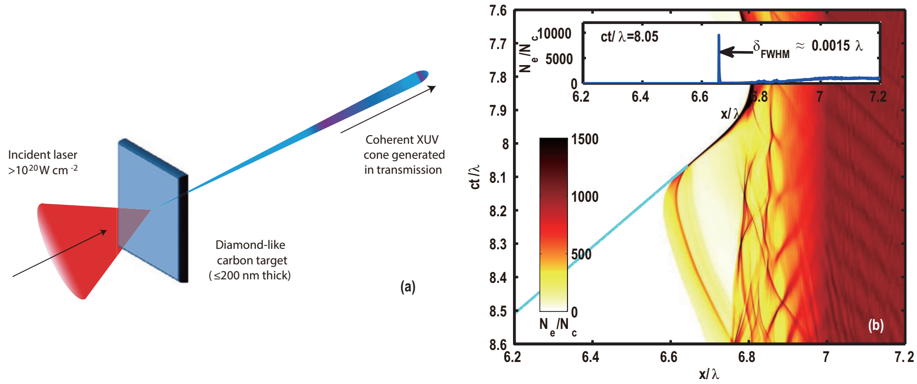

图 1–7 (a)CSE 实验探测示意图。(b)CSE 模型 PIC 模拟中的电子密度时空分布图。图片分别来自文献 [62] [61]。

Figure 1–7 (a) Experimental schematic of CSE model. (b) Electron spatial temporal evolution in PIC simulation of CSE model.

激光固体靶高次谐波产生经过几十年的发展，在不同参数下产生了诸多理论，在实验上也都得到了不同形式的验证。人们主要的研究方向集中在通过双色光，改变靶结构、激光波形，预等离子体密度标长等方法提高高次谐波产生的转化率，准直性，对比度等特征。随着激光强度进入超强相对论区间，新的理论层出不穷，如 Gonoskov 等人提出的相对论电子弹簧理论 (Relativistic Electron Spring, RES)，结合了当下计算机科学中热门的机器学习 (Machine Learning) 领域进行研究 [65-67]。总之激光固体靶高次谐波产生仍然是一门富有活力的学科。

1.3 辐射阻尼效应研究背景介绍

除了高次谐波辐射，在激光等离子体相互作用领域还有很多其他形式的辐射。一般来说，电子辐射谱可以由经典电动力学中的公式计算 [68]，这就需要预先知

道电子在光场中的运动。而电子运动又是可以通过 Lorentz 力计算的，即通过电磁场-Lorentz 力-电子运动-辐射这样的过程来描述不同形式的辐射。比如在频率为 ω_0 的激光场中横向振荡的相对论电子会发射特征频率为 $2\gamma^2\omega_0$ 的辐射。当 ω_0 对应微米波的频率，电子能量达到 100 MeV 时，产生的辐射能量达到 100 keV 到 MeV 量级 [69]，电子辐射会带走相当一部分电子的能量、动量和角动量，这时辐射对电子自身的反作用足以影响电子运动，在计算电子运动时必须考虑辐射效应的影响，这种辐射对电子的影响我们称之为辐射阻尼效应 (Radiation Reaction, RR)。这里我们就需要预先计算出辐射如何影响电子的运动，采用电磁场-Lorentz+ 辐射阻尼力-电子运动这样的路径计算电子运动。在大部分经典电动力学和激光等离子体领域内的问题中，这样的处理方法已经足够准确。但是从逻辑来说，这种方法本身是先验的，理论上这种非线性作用总可以找到修正量，即在考虑一种形式的辐射阻尼力后计算出的辐射会产生对辐射阻尼力新的修正，加入辐射阻尼力修正后又会产生新的辐射项修正，无法对其精确的描述。这也是讨论单电子辐射阻尼形式 (见本章 1.3.1节) 时出现各种表达式的原因。尽管在很多时候，电子参考系下经典辐射阻尼力的大小和 Lorentz 力相比很小，但是在实验室参考系下，其效果已经不可忽略。由此可以确定的经典辐射主导区间 (Classical Radiation Dominated Regime, CRDR) 的参数 $R_C \equiv \alpha\chi_e\xi_0 \gtrsim 1$，其中 $\alpha = e^2/c\hbar = 1/137$ 为精细结构常数，$\xi_0 = eE_0/m\omega_0 c$ 为归一化激光强度，χ_e 为电子的 Lorentz 不变量：

$$\chi_e = \frac{e\hbar^2}{m^3c^4}\sqrt{-\left(F_{\mu\nu}p^\nu\right)^2} = \frac{E_P}{E_S} \tag{1–18}$$

这里 m 为电子质量，$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ 为电磁场张量，p^ν 为电子的 4 维动量，等式最右侧 E_P 为电子固有参考系中的电场强度，其大小用电磁场分量表示为 [70]：

$$\begin{aligned} E_P &= \gamma\sqrt{\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}/c\right)^2 - \left(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{E}/c\right)^2} \\ &\simeq \gamma\left|\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}/c\right)_\perp\right| \end{aligned} \tag{1–19}$$

E_S 为 QED 强场物理中的特征场强或者称之为 Schwinger 场强，对于电场，$E_S = m^2c^3/e\hbar = 1.32\times10^{16}\,\mathrm{V/cm}$ [31, 71, 72]。

在量子力学领域，辐射阻尼效应对应其在相互作用场中散射问题的解释和计算。具体来说，就是用散射矩阵 (S 矩阵) 来表征不同本征态 (辐射前和辐射后的状态) 之间演化的关系 (来自文献 [31] 公式 (9))：

$$S = \mathcal{T}\left[\exp\left(-ie\int d^4x\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi\mathcal{A}_\mu\right)\right] \tag{1–20}$$

其中 $\mathcal{T}$ 为时间排序算子，γ^μ 为 Pauli 矩阵构成的 Dirac 矩阵，$\mathcal{A}_\mu$ 为辐射场 [31]。在相互作用表象下散射矩阵的计算非常复杂，一般都是通过 Dyson 展开计算其不同阶

的影响，同时这也对应不同节点数的 Feynman 图 [73]。在量子力学领域，辐射阻尼效应往往和非线性康普顿散射联系在一起，人们主要关注量子效应带来的辐射大小修正和量子效应中的随机性。量子辐射主导区间 (Quantum Radiation Dominated Regime, QRDR) 的参数为 $R_Q \equiv \alpha\xi_0 \gtrsim 1$，同时还有另一个条件 $\chi_e \gtrsim 1$，这是因为如果 $\chi_e \ll 1$，量子力学中的单光子辐射场和用经典方法计算基本一致 [71]。

在我们的研究中，计算非线性康普顿散射的模块已经集成到数值模拟程序中，当然目前数值模拟程序在处理此类问题时做了很多近似处理简化辐射阻尼的计算。如在 EPOCH 程序中，辐射阻尼模块是通过计算电子是否辐射产生新的光子，如果有，让新光子带走一部分电子动量能量的方法实现的。也有部分学者如 Vranic 等只关心辐射阻尼对电子运动的影响而不关心辐射光子的运动，采用在 PIC 程序中加入对电子运动方程的修正来描述经典辐射阻尼力 [74]。无论哪一种方法，在一些问题上都能得到相似的结果。

1.3.1 经典辐射阻尼的方程描述

由于辐射阻尼效应可以理解为电子辐射对电子自身的反作用，那么从经典力学出发，Larmor 公式给出了加速电子的辐射功率 (cgs-Gaussian 单位制)：

$$P_L = \frac{2e^2\boldsymbol{a}^2}{3c^3} \tag{1–21}$$

利用 Larmor 公式 (1–21)，通过对比辐射能量的分部积分表达式，忽略边界积分项，可以得到描述平均辐射阻尼力的 Abraham-Lorentz 公式：

$$\boldsymbol{F}_{rad} = \frac{2e^2}{3c^3}\frac{d\boldsymbol{a}}{dt} \tag{1–22}$$

随着相对论的提出和发展，Dirac 在 Maxwell 和 Lorentz 方程相对论形式的耦合系统中加入了电子的自场，推导出了相对论形式的包含辐射阻尼力的带电粒子运动方程，构成了一般形式下常用的 Lorentz-Abraham-Dirac(LAD) 方程 [75, 76]：

$$m\frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{e}{c}F^{\mu\nu}u_\nu + m\tau_0\left(\frac{d^2u^\mu}{d\tau^2} + \frac{1}{c^2}\frac{du^\nu}{d\tau}\frac{du_\nu}{d\tau}u^\mu\right) \tag{1–23}$$

其中 $u^\mu = dx^\mu/d\tau$ 为电子的 4 维速度，τ 为固有时，时空度规张量 $\eta^{\mu\nu} = diag(+1,-1,-1,-1)$，第二项中的 $\tau_0 = 2e^2/3mc^3 = 6.26\times10^{-24}$ s 为辐射特征时间。无论是式 (1–22) 还是 LAD 方程 (1–23)，方程右侧和速度二阶导数成正比的项 (又称 Schott 项 [77, 78]) 都会导致电子轨迹的发散解 (runaway solution)，即无外场情况下，电子也会获得加速度。

为了克服这一缺陷，Landau 和 Lifshitz 提出在辐射阻尼力小于 Lorentz 力，并且在电磁场特征波长 λ 满足条件 $\lambda \gg \alpha\lambda_c$，和特征场强 F 满足条件 $F \ll F_{cr}/\alpha$ 时，可以采用微扰论推出描述电子运动的 Landau-Lifshitz 方程 [79]：

$$
\begin{aligned}
\frac{du^\mu}{d\tau} = \frac{e}{mc}F^{\mu\nu}u_\nu + \tau_0\Big[&\frac{e}{mc}\dot{F}^{\mu\nu}u_\nu \\
&+ \Big(\frac{e}{mc}\Big)^2\Big(- F^{\mu\nu}F_{\sigma\nu}u^\sigma + (F^{\sigma\gamma}u_\gamma)(F_{\sigma\phi}u^\phi)u^\mu\Big)\Big]
\end{aligned}
\tag{1–24}
$$

其中 $\dot{}$ 表示对固有时的导数。约束条件中的 λ_c 为康普顿波长，$\lambda_c = \hbar/mc = 3.87\times10^{-13}\,\mathrm{m}$。前一个约束条件 $\lambda \gg \alpha\lambda_c$ 保证了电子不用考虑波函数产生的量子效应，可以视为经典粒子；第二个条件 $F \ll F_{cr}/\alpha$ 保证了极端强场下产生的 QED 效应可以忽略。由于其简单易懂，且在外场为 0 时加速度也为 0，LL 方程是在研究经典及半量子辐射阻尼效应中被使用最广泛的形式，如 DiPiazza 等人求解出了电子在平面波中运动的 LL 方程解析解 [80]。但是 LL 方程也有其局限性，在处理突变电磁场 (如穿过平行板电容器) 时的解会引起能量随时间的函数也产生突变，就导致了能量和动量不守恒 [81]。

除了 LL 方程之外，还有很多研究者试图给出辐射阻尼力的形式。Hammond 在 2010 年将这些方程做了简单介绍、整理，同时提出了自己计算辐射阻尼的模型 (见表 1–2) [82]。由 Ford 和 O'Connell 推导的 FO 形式，将 Lorentz 力表达式直接带入 LAD 方程中，其结果和 LL 方程在 τ_0 阶是一致的 [83]；Mo 和 Papas 通过假设辐射阻尼力和加速度及场的大小成正比，推导了 MP 形式 [84]；Steiger 和 Woods 计算了忽略纵向速度情况下，在圆偏振强激光场电子辐射能量在一个周期内的平均值，并将其等效为辐射阻尼力 [85]；Hartemann 和 Luhmann 计算了加速电子在半径为 R 的球内的辐射场，并对 $R \to 0$ 取极限，得到了和速度相反的辐射阻尼力形式 [86]；Yaghjian 在 LAD 方程的基础上添加了时间阶跃函数 $\theta(\tau)$，避免了出现发散解和预加速的情况 [87]；Hammond 通过新定义辐射标量场的概念，将其运用到辐射阻尼方程中 [88]。

近几年，Sokolov 创造性地提出了计算辐射阻尼力的新方法 [89]，将速度表示为动量和场的二元函数，即速度和动量不共线 (见式 (1–25)，来自参考文献 [90] 中公式 (20))。Sokolov 方程在物理上可以满足能量动量守恒，并且也可以避免发散解，由于方程中不存在电磁场梯度的计算，将其应用到并行化程序中可以大大提升效率。尽管如此，基于速度和动量不共线的假设，其解可能存在超光速的情况 [91]。

表 1–2 几种辐射阻尼力方程的形式，包括 LAD 形式，LL 形式等。表格摘自文献 [82]

Table 1–2 Selected list of Radiation Reaction force equations, including LAD, LL, etc..

运动方程	$\dot{v}^\mu = (e/mc)F^{\mu\sigma}v_\sigma + \mathcal{G}^\mu$
LAD	$\mathcal{G}^\mu = \tau_0\big(\ddot{v}^\mu + v^\mu\dot{v}_\sigma\dot{v}^\sigma/c^2\big)$
LL	$\mathcal{G}^\mu = \tau_0\Big((e/mc)\dot{F}^{\mu\sigma}v_\sigma + (e/mc)^2\big(F^{\mu\gamma}F_\gamma{}^\phi v_\phi + F^{\nu\gamma}v_\gamma F_\nu{}^\phi v_\phi v^\mu\big)/c^2\Big)$
FO	$\mathcal{G}^\mu = (e\tau_0/mc)\big(\frac{d}{d\tau}(F^{\mu\sigma}v_\sigma) - v^\mu v_\gamma\frac{d}{d\tau}(F^{\gamma\nu}v_\nu)/c^2\big)$
MP	$\mathcal{G}^\mu = (e\tau_0/mc)\big(F^{\mu\sigma}\dot{v}_\sigma + F^{\nu\sigma}\dot{v}_\nu v_\sigma v^\mu/c^2\big)$
SW	$\mathcal{G}^\mu = -\tau_0\omega^2\gamma^4 v^\mu$
HL	$\mathcal{G}^\mu = -\tau_0\gamma^6\dot{v}^2 v^\mu/c^2$
Y	$\mathcal{G}^\mu = \theta(\tau)\tau_0\big(\ddot{v}^\mu + v^\mu\dot{v}_\sigma\dot{v}^\sigma/c^2\big)$
H	$\mathcal{G}^\mu = \phi^{,\mu} - v^\mu\dot{\phi}/c^2$

$$\dot{p}^\mu = \frac{e}{c}F^{\mu\nu}\dot{x}_\nu + \frac{\tau_0 f_L^2}{m^2c^2}p^\mu \tag{1–25a}$$

$$\dot{x}^\mu = \frac{p^\mu}{m} + \frac{\tau_0}{m}f_L^\mu \tag{1–25b}$$

在实际计算过程中，人们仍然希望用牛顿运动方程描述电子的运动轨迹，但是同时量子效应中辐射的随机性，不连续性的影响又必须考虑，所以人们对比了经典辐射阻尼力产生的辐射能量和量子效应计算辐射光子的能量，将经典辐射阻尼力中增加了一个系数，这样既可以用方程方便的描述电子运动，又同时兼顾了量子效应带来的辐射减弱。一个自然的想法就是求解出量子辐射阻尼中电子的辐射总功率 P_{rad-Q}，将其和经典电子辐射功率 Larmor 公式 (1–21) 比较，并平均作用在经典辐射阻尼力上。如果用同步辐射模型计算辐射能量，可以得到量子修正下的辐射功率 [92]：

$$P_{rad-Q} = \frac{2}{3}\chi_e^2 mc^2\frac{mc^2}{\hbar}G(\chi_e) = G(\chi_e)P_{rad-cl} \tag{1–26}$$

其中 $G(\chi_e)$ 可以表示为对辐射光子的谱积分。同时 $G(\chi_e)$ 也是量子和经典辐射功率的比值。针对 $G(\chi_e)$ 的形式，不同研究者用了不同的拟合，常见的形式如下 (分别来自参考文献 [93-95])：

$$G(\chi_e) = \big(1 + 18\chi_e + 69\chi_e^2 + 73\chi_e^3 + 5.806\chi_e^4\big)^{-1/3} \tag{1–27a}$$

$$G(\chi_e) = \big[1 + 4.8(1+\chi_e)\ln(1+1.7\chi_e) + 2.44\chi_e^2\big]^{-2/3} \tag{1–27b}$$

$$G(\chi_e) = \big(1 + 12\chi_e + 31\chi_e^2 + 3.7\chi_e^3\big)^{-4/9} \tag{1–27c}$$

可以看到 $\chi_e = 0$，时，$G(\chi_e) = 1$ 即无修正的纯经典辐射阻尼力。而上式只有在 $0 < \chi_e < 10$ 范围内适用。$G(\chi_e)$ 是小于 1 的，说明经典辐射阻尼效应一般比量子辐射阻尼效应对电子运动影响更大，通过经典辐射阻尼模型计算会放大辐射阻尼效应。在实际运用过程中，可以将 $G(\chi_e)$ 乘入经典方法下的辐射阻尼力表达式得到半量子情况下电子运动方程。然而在 χ_e 超出适用范围时，这个方法也不奏效了，需要考虑纯量子方法计算辐射阻尼效应。

1.3.2 量子辐射阻尼效应

经典方法处理辐射阻尼的问题中，不仅会遇到发散解，预加速，在一些模型中还会有电子自场计算，电子有效质量的修正等问题，这些都是经典方法无法合理解释的。于是人们尝试用纯量子场论的观点来解释辐射阻尼问题。在经典量子力学中，位置、动量等可观测量是用相应的位置、动量等算符对态函数求期望值来计算的，一般情况下取 $\hbar \to 0$ 就可以得到这些问题的经典解。而在量子场论中，方程不再是 Schrödinger 方程，取而代之的是描述自旋为 0 粒子的 Klein-Gordon 方程或描述自旋为 1/2 粒子的 Dirac 方程等，它们的解可能包含概率密度非正定、负能量等情况，所以并不是单个粒子的态函数，而是一组包含产生和湮灭算符的场算子，这也被称为二次量子化 [73, 96]。

引入了二次量子化的概念，在处理光场和电子的相互作用中，我们就可以计算不同粒子态，包括产生和湮灭的新粒子态。在初始态和结束态之间的转换关系可以用散射矩阵 (S 矩阵) 来描述，如式 (1–28) 所示 (来自文献 [73] 中的 (7-43))：

$$
\underbrace{\begin{bmatrix} e_{r^1,\mathbf{p}^1}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^2} \\ e_{r^1,\mathbf{p}^1}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^3} \\ e_{r^1,\mathbf{p}^2}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^3} \\ \vdots \\ e_{r^2,\mathbf{p}^1}, e_{r^2,\mathbf{p}^2} \\ \vdots \\ e_{r^1,\mathbf{p}^1}, \gamma_{r^2,\mathbf{k}^1} \\ \vdots \end{bmatrix}_f}_{\text{Final Eigen States}}
=
\underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \cdots & S_{1i} & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \cdots & S_{2i} & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & \cdots & S_{3i} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{f1} & S_{f2} & S_{f3} & \cdots & S_{fi} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}}_{\text{S Matrix}}
\underbrace{\begin{bmatrix} e_{r^1,\mathbf{p}^1}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^2} \\ e_{r^1,\mathbf{p}^1}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^3} \\ e_{r^1,\mathbf{p}^2}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^3} \\ \vdots \\ e_{r^2,\mathbf{p}^1}, e_{r^2,\mathbf{p}^2} \\ \vdots \\ e_{r^1,\mathbf{p}^1}, \gamma_{r^2,\mathbf{k}^1} \\ \vdots \end{bmatrix}_i}_{\text{Initial Eigen States}}
\tag{1–28}
$$

式中态函数的每一项代表一种粒子组合及其状态，如第一项 $e_{r^1,\mathbf{p}^1}, e^+_{r^2,\mathbf{p}^2}$ 代表一组具有特定动量和自旋的正负电子对，而第七项 $e_{r^1,\mathbf{p}^1}, \gamma_{r^2,\mathbf{k}^1}$ 代表一个电子和一个 γ 光子。不同态之间的转换概率是由 S 矩阵元素的模方确定的，即第一态到第二态

的转换率为 $|S_{21}\ |^2 = S_{21}^{+}S_{21}$ 。理论上本征态有无穷多个，但是很多态之间转化概率为 0(如 $e,\gamma \to e,e^+$ 因为电荷不守恒)，所以 S 矩阵中一些元素为 0 [73]。S 矩阵元的计算及其复杂，一般来说只会计算其低阶展开项，同时也会得到低阶的 Feynman 图。

在相互作用图像中研究辐射阻尼问题，就是研究电子的散射问题，计算电子 $e^- \to e^- +$ anything 的转化率问题。我们可以把单电子态转换成其他态的情况都展开到最低阶，这样既包含了电子自场的讨论，又包含了电子辐射光子的图像。单电子辐射阻尼最低阶展开对应的 Feynman 图如图 1–8所示：

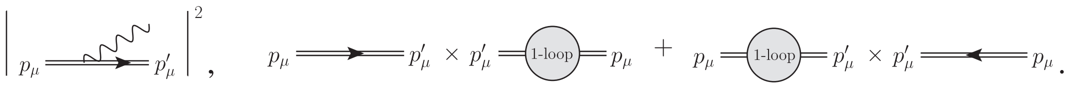

图 1–8 描述辐射阻尼的最低阶 Feynman 图。图片来自文献 [97]。

Figure 1–8 Feynman diagrams contributing to Radiaion Reaction at lowest order.

其中最左侧代表了线性康普顿散射，右侧代表电子自场的辐射。通过对比电子动量密度算符 $\langle P_\mu \rangle = \langle i|S^+ P_\mu S|i\rangle$ 和仅由 Lorentz 力对应的动量密度算符 $\langle \hat{\pi}_\mu \rangle$ 可以计算辐射阻尼的影响 [97, 98]。

2010 年，DiPiazza 等人计算发现在量子辐射主导区间 ($\chi_e \gtrsim 1$ 和 $R_Q \equiv \alpha\xi_0 \gtrsim 1$) 内，电子的辐射阻尼可以用非线性康普顿散射模型计算，对从量子角度理解辐射阻尼效应大有帮助。在电子和平面波相互作用中，电子在单位相位和单位 $u = k_-/(p_-/\hbar - k_-)$ 内辐射一个光子的概率 [71] 为

$$\begin{aligned}\frac{dP^{(1)}_{p_{0,-}}}{dud\phi} = \frac{\alpha}{\sqrt{3}\pi}\frac{m^2c^4}{\hbar\omega_0 p_- c}\frac{1}{(1+u)^2}\Bigg[\Bigg(1+u+\frac{1}{1+u}\Bigg) \\ \times K_{2/3}\Bigg(\frac{2u}{3\chi(\phi)} - \int_{2u/3\chi(\phi)}^{\infty} dy K_{1/3}(y)\Bigg)\Bigg]\end{aligned} \tag{1–29}$$

其中 ϕ 为光场相位，$k_- = \omega - k_y$，$K_\nu(x)$ 为 ν 阶第二类修正 Bessel 函数 (modified Bessel function, 又称双曲贝塞尔函数)。由于其中光强 $\xi_0 \gg 1$，产生光子的辐射长度为 $\lambda_0/\xi_0 \ll \lambda_0$ [72]，可以在单光子辐射时使用常数场值带入。所以极端光强条件下，计算非线性康普顿散射时可以假设在辐射一个光子过程内电磁场是不变的，即局域常数交叉场近似 (Local constant Crossed Field Approximation, LCFA)。对于持续时间很长的强场脉冲，其累计的辐射光子概率 $P^{(1)}_{p_{0,-}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi \int_0^{\infty} dudP^{(1)}_{p_{0,-}}/dud\phi$ 可能比 1 还大，这就不能解释为辐射光子的概率了，而可以用多光子非相干辐射来解释：电子在不同辐射长度内辐射了多个光子。累计辐射光子概率 $P^{(1)}_{p_{0,-}}$ 可以理

解为平均辐射的光子数量。这样电子辐射 N 个光子的概率可以给出：

$$P^{(N)}_{p_{0,-}} = \int [du]_N \int [d\phi]_N \frac{dP^{(1)}_{p_{N-1,-}}}{du_N d\phi_N} \cdots \frac{dP^{(1)}_{p_{0,-}}}{du_1 d\phi_1} \tag{1–30}$$

其中 $p_{j,-} = p_{j-1,-} - \hbar k_j = p_{j-1,-}/(1+u_j)$，$j = 1,\ldots,N-1$。我们可以将辐射 N 个光子的概率看成离散随机事件，归一化后辐射 N 个光子的概率就可以表示为 $\mathcal{P}^{(N)}_{p_{0,-}} = P^{(N)}_{p_{0,-}}/\mathcal{N}_{p_{0,-}}$，这里自然的 $\mathcal{N}_{p_{0,-}} = 1 + P^{(1)}_{p_{0,-}} + \cdots + P^{(N)}_{p_{0,-}} + \cdots$。整个过程可以由图 1–9来表示。

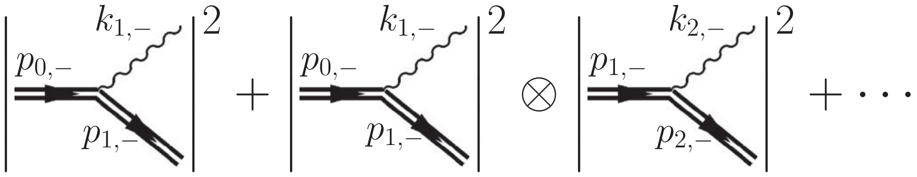

图 1–9 激光驱动电子的多光子非线性康普顿散射示意图，电子双线代表电子处于 Volkov 态。$\otimes$ 代表非相干多光子辐射，每次辐射时电子的 p_- 由上一步辐射决定。图片来自文献 [71]。

Figure 1–9 A diagrammatic visualization of multiphoton nonlinear Compton scattering by a laser-driven electron. The double electron lines indicate that the electron states are Volkov states. $\otimes$ represent the emission of incoherent multiphotons. At each photon emission step, the electron incoming quantum number p_- is determined by the previous step.

1.3.3 辐射阻尼效应在激光等离子体中的应用

关于辐射阻尼效应的影响，人们早期的研究方向主要是其经典运动方程如何对单电子运动产生影响，如通过电磁场张量积分的方法处理和 LAD 方程中加速度导数项成正比的 Schott 项 [77]，平面运动中 LAD 方程的渐进解 [99] 等。Kravets 等人计算和对比了 LL 方程和 Ford-O’Connell 方程，发现计算高能电子在激光场中的运动时，两者在忽略 τ_0^2 及更高阶项时结果是一致的。同时如果初始电子能量过大，电子还会进入理论上不满足 LL 方程假设的参数区间，需要从量子角度解释高能电子运动 [100]。DiPiazza 等人计算了电子和激光对撞的模型，当电子初始能量为 40 MeV，激光强度为 $\xi = 150$ 时，电子在无辐射阻尼条件下运动方向不变，而在 LL 方程计算的辐射阻尼效应下会被激光反射 [101]。Fedotov 等人计算了二维情况下电子的运动形式，将其分解为慢变的中心漂移和另一快速小幅振荡的叠加，发现 Lorentz 力主导下不考虑辐射阻尼的轨迹和用 LL 方程计算的轨迹有很大不同，见图 1–10 [102]。

2013 年 Noble 等人用动力学的方法计算了电子包含辐射阻尼的运动，并将其推广到了 Valsov 方程描述的相空间的子流形中 [103]。同时这也为研究多粒子系

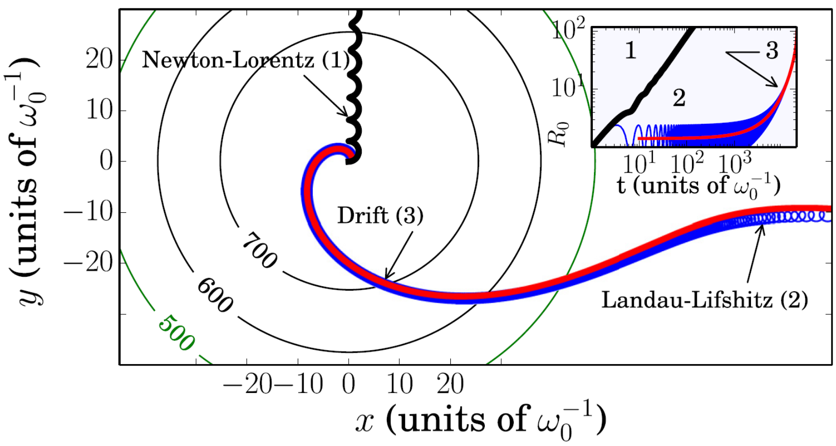

图 1–10 不包含辐射阻尼效应的 Lorentz 力运动方程数值解 (曲线 1)，LL 方程的数值解 (曲线 2) 和粒子中心漂移方程的数值解轨迹 (曲线 3)。等高线为激光强度的大小。图片来自文献 [102]。

Figure 1–10 The numerical solutions of the Lorentz equation (with radiation friction neglected, curve 1), the Landau-Lifshitz equation (curve 2), and the solution of the drift equation (curve 3). Contour lines represent the laser amplitude.

统中的辐射阻尼效应提供了理论基础。随着激光技术的进步，人们对强激光电子束相互作用中的辐射阻尼效应做了深入的研究。对于在激光中的电子束，定义其熵为:

$$s(\mathbf{q},\mathbf{p},t) = -f(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\ln f(\mathbf{q},\mathbf{p},t) \tag{1–31}$$

其中 $\mathbf{q}$，$\mathbf{p}$ 分别为三维坐标和动量，f 为相空间分布函数。f 满足无碰撞输运方程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{q}}\cdot(f\mathbf{v}) + \nabla_{\mathbf{p}}\cdot(f\mathbf{F}) = 0 \tag{1–32}$$

这里 $\mathbf{F} = \mathbf{F_L} + \mathbf{F_R}$，为粒子受到的 Lorentz 力和辐射阻尼力之和。将式 (1–32) 带入式 (1–31) 可得熵密度的演化方程:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{q}}\cdot(s\mathbf{v}) + \nabla_{\mathbf{p}}\cdot(s\mathbf{f}) = f\nabla_{\mathbf{p}}\cdot\mathbf{F} \tag{1–33}$$

将式 (1–33) 带入相空间积分计算可知，总熵 $S(t) = \int d^3qd^3ps(\mathbf{q},\mathbf{p},t)$ 的变化可以表示为:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \int d^3qd^3pf\nabla_{\mathbf{p}}\cdot\mathbf{F} \tag{1–34}$$

由于 $\mathbf{F} = \mathbf{F_L} + \mathbf{F_R}$，而 Lorentz 力的贡献 $\nabla_{\mathbf{p}}\cdot\mathbf{F_L} = 0$，如果 $\mathbf{F_R}$ 使用 LL 方程形式，可以得到式 (1–34) 的结果 $dS/dt \leqslant 0$，即辐射阻尼力会导致相空间的收缩 [104]。这里辐射阻尼效应造成的相空间收缩也在宏观上对应了电子束的冷却，同时由于

经典辐射阻尼的过度估计，半量子模型计算的冷却程度比经典模型小 [105]。在透明等离子体中，由辐射阻尼效应产生的冷却电子可以增加被加速和束缚离子的数量，提高离子加速的效率 [106]。

Harvey 等人在模拟中对初始能量为 420 MeV 的电子，强度为 $a_0 = 200$ 的短脉冲激光相互作用，分别计算了 Lorentz 力 (无辐射阻尼)，经典 LL 方程描述的辐射阻尼和量子蒙卡方法描述的辐射阻尼三种模型下的电子动力学，发现量子蒙卡方法计算电子辐射能量时，有部分电子在短脉冲激光中辐射能量为 0，而用经典辐射阻尼 LL 方程计算的辐射能量较高。如图 1–11(a) 所示，QED 模型中平均电子能量损失 (白线) 比经典 LL 方程 (粉线) 随脉宽长度的增长慢，其中彩图代表相同参数下 1000 个粒子模拟的概率分布。左下角黄白色区域显示脉宽小于单周期时，电子有很大概率穿过激光场而不辐射能量。图 1–11(b) 显示了从右侧入射和半周期或单周期激光作用的单个电子轨迹和能量变化。量子蒙卡模型的粒子轨迹分布没有遵循经典 LL 方程 (紫色虚线) 轨迹，而是和 Lorentz 力轨迹 (绿色虚线) 重合。电子能量变化显示由于脉冲很短，电子有高概率不辐射能量，直到穿过脉冲峰值，即使有部分电子随后辐射了能量，也来不及对它们的轨迹有明显的影响。这种电子在短脉冲激光中有一定概率不辐射能量的现象称为量子退火 (Quantum Quenching) 效应 [107]。在长脉冲激光中，相似的效应也存在：这部分电子在激光预脉冲中发生退火效应不辐射能量，在和激光主脉冲相遇时仍然保有很高的动量，导致此时辐射出更高能的光子，进而提高产生正负电子对的数量 (见本章 1.4.2节)，这被称作落伍 (Straggling) 效应 [108, 109]。从这里也能看出，用经典 LL 方程计算会放大能量损失，高估辐射阻尼效应。

在激光等离子体相互作用领域，关于辐射阻尼的研究主要集中在其对等离子体集体效应上的影响，如离子能谱，电子密度分布，电磁场产生，高能 γ 光子辐射，光偏振态和粒子角分布等等。Tamburini 等人用三维 PIC 模拟研究了激光和薄靶相互作用，发现在辐射压加速离子领域，在线偏振驱动激光中，辐射阻尼可以有效提高离子最高能量。而驱动激光为圆偏振时，即使其强度达到 $10^{23}\,\mathrm{W/cm^2}$，辐射阻尼效应对离子能谱造成的影响仍然很小 [110]。

2014 年 Gonoskov 等人模拟了等离子体在激光驻波场中的动力学，发现其稳态密度分布特征可以根据光强 a 划分成几个区间 [111]。如图 1–12(a) 所示，在非相对论光强情况下，电子会在有质动力作用下被捕获在电场节点，随后由于相对论效应，捕获电子逐渐弥散。当激光强度进入强相对论区域，电子辐射能量大小由加速度方向决定，在电场节点附近能量损失更多，电子因辐射阻尼效应再次被捕获在电场节点，称为正常辐射捕获 (Normal Radiative Trapping, ART)，其轨迹可以

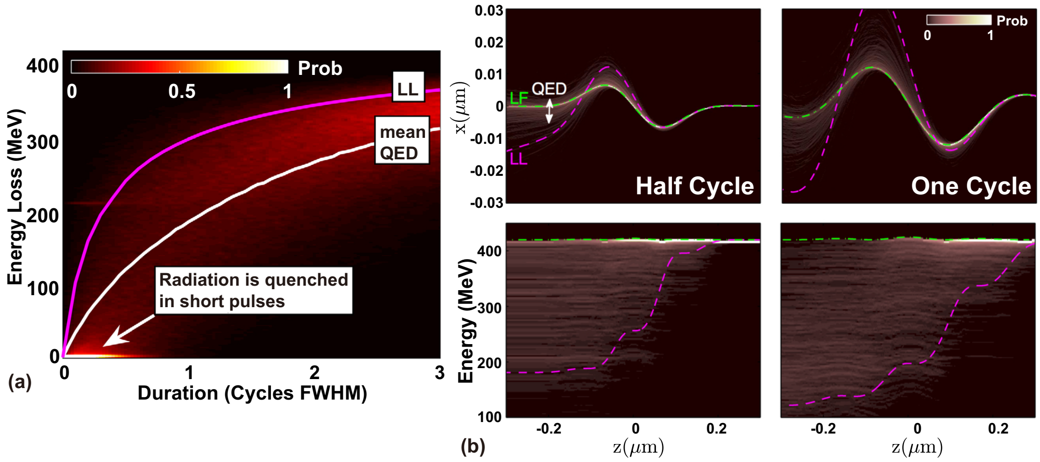

图 1–11 (a) 初始能量为 420 MeV 的电子和 $a_0 = 200$ 的激光相互作用中能量损失的概率密度。左下角黄白色区域显示电子有很大概率穿过激光场而不辐射能量，这被称作“退火”。(b) 从右入射和半周期或单周期激光作用的单个电子轨迹和能量变化。这部分粒子的分布没有遵循 LL 方程 (紫色虚线)，而是和 Lorentz 力轨迹 (绿色虚线) 重合。图片来自文献 [107]。

Figure 1–11 (a) Probability density of the electron energy loss in QED for initial electron energy 420 MeV and $a_0 = 200$. The bright yellow-white region in the lower left-hand corner shows that there is a high probability for the elections to pass through a short pulse without losing energy to emission. This is “quenching.” (b) Trajectories and energies of a single electron, incident from the right and passing through the laser pulse of duration 0.5 cycles and one cycle. This distribution does not follow predictions of LL equation (dashed purple), but instead is visibly centered on the Lorentz force curve (dashed green).

参考图 1–12(b) 中 $a = 800$ 对应的电子轨迹。但是在更高光强下，电子在电场反节点附近得到电场加速，而在电场节点附近辐射能量，在多个周期的叠加效果后趋向于被捕获在电场反节点处，这种效应被称为反常辐射捕获 (Anomalous Radiative Trapping, ART)，其轨迹可参考图图 1–12(b) 中 $a = 2500$ 对应的电子运动轨迹。

辐射阻尼效应除了在高光强形成的驻波场中对电子密度分布有影响外，在单束激光和等离子体作用中也起到了至关重要的作用。在用 $a_0 = 600$ 圆偏振激光和密度为 $n_0 = 90n_c$ 的靶相互作用过程中，Liseykina 等人发现辐射阻尼效应产生的能量耗散增加了等离子体对电磁场角动量的吸收，因此产生了准静态的纵向磁场。在光强大于 10^{23} W/cm^2 时，产生的磁场可以达到 10^9 G。这种圆偏振光产生磁场的效应称为逆法拉第效应 (Inverse Faraday effect) [112]。如图 1–13所示，用三维模拟中采用 LL 方程计算辐射阻尼效应后，在相互作用区域产生了纵向的磁场 B_x。如果圆偏振光的方向相反，磁场的方向也相反，如图 1–13(b)，(c) 所示。从量子角度定性考虑，等离子体受到 N 个频率为 ω 的光子的碰撞，它们携带 $N\hbar\hat{\mathbf{x}}$ 的角动量，

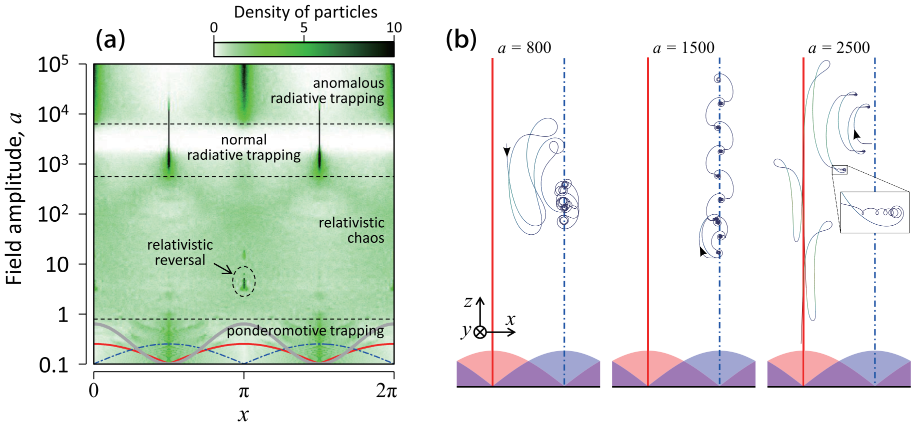

图 1–12 (a) 驻波场中电子密度随光强 a 的长期分布。$\mathbf{E}(\mathbf{B})$ 沿 z 轴 (y 轴) 方向。辐射阻尼使用量子方法计算。(b)x-z 平面典型粒子轨迹。第一和第三张分别对应 NRT 区域和 ART 区域，第二张对应两者的过渡。红实线和蓝点虚线分别为电场反节点和节点位置。图片来自文献 [111]。

Figure 1–12 (a) The long-term density distribution of electrons in a standing wave as a function of wave amplitude a. $\mathbf{E}$ ($\mathbf{B}$) is orientated along the z axis (y axis). Radiation reaction is included via quantum emission. (b) Typical particle trajectories in the x-z plane. The first and third are in the NRT and ART regimes, respectively, while the second shows the transition between them. Solid red (dot-and-dash blue) lines show the locations of antinodes (nodes).

而等离子体辐射出的是高能光子 (如 n 个频率为 $m\omega$ 的光子，$nm \leqslant N$)，但是这部分光子具有的角动量只有 $n\hbar\hat{\mathbf{x}}$，所以等离子体会获得一部分角动量，产生纵向静磁场。

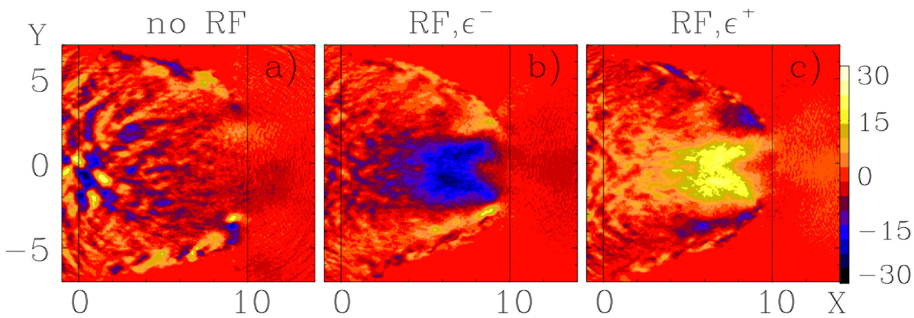

图 1–13 三维模拟中纵向磁场的大小 B_x(归一化到 $B_0 = 1.34 \times 10^8$ G)，激光采用超高斯波形。(a) 对应没有辐射阻尼力，(b) 和 (c) 对应有辐射阻尼力中相反的圆偏振光情况。这里展示了相互作用开始后 $t = 27\lambda/c$ 时刻 xy 平面的场分布。图片来自文献 [112]。

Figure 1–13 Axial magnetic field B_x (normalized to $B_0 = 1.34 \times 10^8$ G) in 3D simulation with a super-Gaussian pulse. Case (a) is without RF, case (b) and (c) are with RF included and for opposite helicities. The field is shown in the xy plane at $t = 27\lambda/c$ after the beginning of the interaction.

关于辐射阻尼效应在激光等离子体中的模拟工作在近年来大量涌现。这不仅是人们对未知领域好奇心和探索精神的体现，也得益于大功率激光器的建设，使得将来在实验中看到这些效应成为现实。在 2018 年，已经有“全光学”装置用来从实验上探测辐射阻尼效应 [113]。实验在英国卢瑟福实验室展开，为了有效探测辐射阻尼效应，采用激光和电子束对撞的模式。如图 1–14(a) 所示，第一束激光经过球面镜聚焦后峰值光强为 $(7.7\pm0.4)\times10^{18}\ \mathrm{W\cdot cm^{-2}}$，用来在密度为 $(3.7\pm0.4)\times10^{18}\ \mathrm{cm^{-3}}$ 的气体中激发尾波加速电子。第二束激光聚焦后强度为 $(1.3\pm0.1)\times10^{21}\ \mathrm{W\cdot cm^{-2}}$，用来和电子束相互作用产生非线性 Compton 散射。最后用横向磁场使电子产生偏转，让 γ 光子撞击在右侧 CsI 晶体探测其性质。在排除了本底辐射的影响后，共有 4 个发次产生了非线性 Compton 散射。其最终电子束能量 $\varepsilon_{\text{final}}$ 和辐射 γ 光子能量中位数 $\varepsilon_{\text{crit}}$ 的关系如图 1–14(b) 所示。从结果看，实验数据更多的分布在蓝色区域，也就说明了用量子蒙卡模拟的计算结果更接近真实的辐射阻尼。

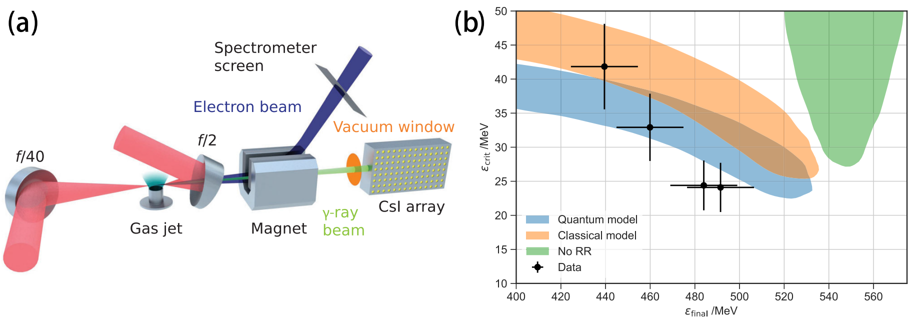

图 1–14 (a) 实验装置示意图。(b) 实验得到的 γ 光子能量 $\varepsilon_{\text{crit}}$ 和电子束最终能量 $\varepsilon_{\text{final}}$ 关系 (共计 4 发次)。彩色区域对应光强在 $a_0=4\sim20$ 之间平均分布下，用不同模型模拟计算后可以覆盖 68% 的结果。图片来自文献 [113]。

Figure 1–14 (a) Schematic of the experimental setup. (b) Experimentally measured $\varepsilon_{\text{crit}}$ of γ photon as a function of $\varepsilon_{\text{final}}$ of the electron beam (4 shots in all). The shaded areas correspond to the results a hypothetical ensemble of identical experiments would measure 68% of the time under different assumed radiation reaction models for a uniform distribution of a_0 between 4 and 20.

1.4 QED 等离子体研究背景介绍

自量子电动力学诞生以来，最前沿的物理理论就一直围绕它展开。而在激光等离子体相互作用领域，极强场和物质作用中的高能 γ 光子产生和正负电子对产生也一直是最热门的研究方向之一。这些研究可以对实验室模拟天体环境中的 γ 射线爆，脉冲星，黑洞等现象起到帮助和指导作用，并诞生了实验室天体物理学。一般我们把包含大量 QED 效应产生 γ 光子及正负电子对等经典理论无法描述的

等离子体称为 QED 等离子体。等离子体中的 γ 光主要通过康普顿散射和韧致辐射产生，而正负电子对的产生主要有 Trident 机制，Bethe-Heitler 机制和 Breit-Wheeler 机制 [114-117]。其中 Trident 过程是由高能电子直接和高 Z 靶原子核的静电场相互作用产生的正负电子对，即 $e^- + Z \rightarrow e^+ + 2e^- + Z$。Bether-Heitler 机制一般分为两步，首先是高能电子和高 Z 靶相互作用，通过韧致辐射出 γ 光子，随后 γ 光子和高 Z 靶中静电场相互作用产生正负电子对，即 $e^- + Z \rightarrow \gamma + e^- + Z$ 和 $\gamma + Z \rightarrow e^+ + e^- + Z$。BH 机制和 Trident 机制不同点在于 BH 过程中产生了真实光子，而 Trident 机制中只有虚光子。Breit-Wheeler 机制一般指高能光子和多个低能激光光子而非静电场的相互作用产生正负电子对，即 $\gamma_p + n\gamma_L \rightarrow e^+ + e^-$，也称多光子 BW 机制。除此之外，理论上还有 Schwinger 机制可以通过对撞光的相互作用撕裂真空，不借助种子等离子体产生正负电子对 [118]，但其要求场强过高 ($E_S = 1.32 \times 10^{16}\,\mathrm{V/cm}$)，远超实验室激光的条件，一般只能在天体中存在。

无论是哪一种机制，在强场物理中计算光子和正负电子对产生时都离不开两个表征电磁场强度的不变量，其大小和参考系无关：

$$\mathcal{F} = (E^2 - B^2)/2E_S^2 \tag{1–35a}$$

$$\mathcal{G} = (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B})/E_S^2 \tag{1–35b}$$

同时还有表征在电磁场中辐射光子和正负电子对能力的不变量：

$$\chi_e = \frac{e\hbar}{m^3 c^4}|F_{\mu\nu} p^\nu| \tag{1–36a}$$

$$\chi_\gamma = \frac{e\hbar^2}{2m^3 c^4}|F^{\mu\nu} k_\nu| \tag{1–36b}$$

这里 χ_e 的定义在 1.3节中已经介绍过，p^μ 和 $\hbar k^\mu$ 分别为电子和光子的 4 维动量。如果 $\mathcal{F},\mathcal{G} \ll \chi^2$，且 $\mathcal{F},\mathcal{G} \ll 1$，则无论何种机制产生新粒子的概率 W 均可以写成 $W(\mathcal{F},\mathcal{G},\chi) \approx W(0,0,\chi)$，即和其在平面波中的概率近似。同时当 $a_0 \gg 1$，辐射相干长度 (Formation Length) 远小于激光波长，W 也就和常数交叉场中的概率相等 [72, 119]。

利用局域常数交叉场 (LCFA) 方法，平均了电子 (正电子) 初始自旋、最终自旋和光子偏振态，强场中电子 (或正电子) 辐射光子的概率可以整理为 [120]：

$$W_{photon} = \frac{\alpha m^2 c^4}{3^{3/2}\pi\hbar\varepsilon_e}\int_0^\infty du \frac{5u^2 + 7u + 5}{(1+u)^3} K_{2/3}\left(\frac{2u}{3\chi_e}\right) \tag{1–37a}$$

$$W_{photon} \approx 1.44\frac{\alpha m^2 c^4}{\pi\hbar\varepsilon_e}\chi_e \quad , \qquad \chi_e \ll 1 \tag{1–37b}$$

$$W_{photon} \approx 1.46\frac{\alpha m^2 c^4}{\hbar\varepsilon_e}\chi_e^{2/3} \quad , \qquad \chi_e \gg 1 \tag{1–37c}$$

其中 ε_e 为电子能量，$K_\nu(x)$ 为 ν 阶第二类修正 Bessel 函数。式 (1–37b) 和式 (1–37c) 分别对应经典和量子极限下的辐射概率。通过式 (1–37a)，对光子能量积分，也可以计算得到半量子辐射阻尼的修正项 $G(\chi_e)$ 的表达式 (1–27) [92]。

同样的，对于光子辐射正负电子对的过程，平均偏振态和自旋后其辐射概率为 [120]：

$$W_{pair} = \frac{\alpha m^2 c^4}{3^{3/2}\pi\hbar\varepsilon_\gamma}\int_0^1 du \frac{9-u^2}{1-u^2} K_{2/3}\left(\frac{8u/3\chi_\gamma}{1-u^2}\right) \tag{1–38a}$$

$$W_{pair} \approx 0.23 \frac{\alpha m^2 c^4}{\hbar\varepsilon_\gamma}\chi_\gamma \exp\left(-\frac{8}{3\chi_\gamma}\right) \quad , \qquad \chi_\gamma \ll 1 \tag{1–38b}$$

$$W_{pair} \approx 0.38 \frac{\alpha m^2 c^4}{\hbar\varepsilon_\gamma}\chi_\gamma^{2/3} \quad , \qquad \chi_\gamma \gg 1 \tag{1–38c}$$

与辐射光子概率不同，正负电子对的辐射概率在经典极限 ($\chi_\gamma \ll 1$) 下更小。

本小节中将分别介绍各种 QED 效应的理论和研究进展。

1.4.1 高能 γ 光子产生

QED 等离子体中的高能 γ 光子产生有多种途径，如同步辐射，非线性 Compton 散射和轫致辐射等。和前面辐射阻尼中强调其对等离子体集体响应的影响不同，在 QED 等离子体中我们更加关注 γ 光子本身的性质。

根据等离子体密度的不同，激光和等离子体相互作用产生 γ 光子主要可以分为两类，一类是激光和气体靶或较低密度等离子体相互作用中的再注入电子同步辐射 (Reinjected Electron Sychrotron Emission, RESE)，另一类是激光和固体靶或较高密度等离子体相互作用中的趋肤深度辐射 (Skin-Depth Emission, SDE)。在 RESE 机制中，γ 光子是由背向加速的电子和正向入射的激光作用产生的。此时等离子体密度远低于相对论临界密度，激光先通过有质动力把电子向靶内推并继续向前传播。随着激光的传播，电子和离子分离产生的电荷分离场持续增加，直到超过激光有质动力，将电子背向加速。这部分背向加速的电子和前向传播的激光相互作用辐射光子。如图 1–15(a) 所示，其光子角分布主要发射方向和入射激光相反。而在 SDE 机制中，γ 光子是正向运动的电子和被等离子体反射的激光辐射产生的。此时等离子体密度大于相对论临界密度，激光进入趋肤深度后，因为等离子体密度较高，激光前沿无法穿过等离子体而被反射，于是和打洞后正向加速的电子相互作用产生正向的光子辐射，如图 1–15(b) 所示。

当等离子体密度在两者之间时，激光等离子体相互作用中 γ 光子的发射也介于 RESE 和 SDE 这两种机制之间，光子辐射方向主要集中在等离子体通道两侧。

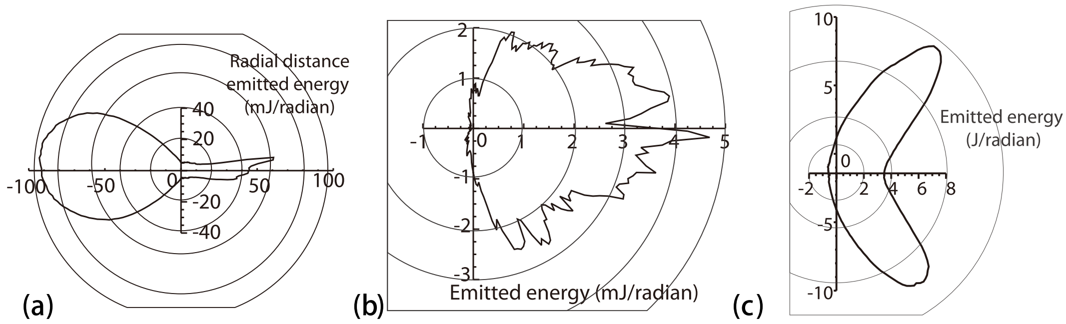

图 1–15 不同机制的光子角分布。(a)RESE 中，γ 光辐射集中在背向 (b)SDE 中，γ 光辐射主要在正向。(c) 边缘发光机制中光子方向主要在正向，但是激光传播方向有所减弱。其能量角分布比 (a) 和 (b) 中高是因为激光光强高于 10^{24} W/cm^2。图片来自文献 [121]。

Figure 1–15 Angular distribution of different γ-ray emissions. (a) In RESE, the angular distribution of γ-ray emission is backward. (b) In skin-depth emission, the anguluar distribution of γ-ray emission is mainly forward. (c) In edgeglow, the angle is mainly forward but emission directly along the laser axis is suppressed. Emitted energy is much higher in (c) than in (a) and (b) since pure edgeglow emission is only observed for lasers with intensities above 10^{24} W/cm^2.

当强度高于 10^{24} W/cm^2 的激光和近相对论临界密度的靶作用时，激光横向有质动力把电子排开，在两侧形成电荷分离场，同时电子又被电荷分离场拉回激光通道中心，导致 γ 光辐射角分布为两侧向前分布，如图 1–15(c) 所示。这种机制被称作边缘发光 (Edgeglow) 效应，属于二维效应 [121]。

除了 γ 光子的角分布和辐射机制，作为潜在的新一代 γ 光源，QED 过程中的 γ 光辐射的能谱亮度和能量转化率也是人们重点研究的方向。2017 年常恒心等通过强度为 1.9×10^{23} W/cm^2 的圆偏振激光和高于 $100n_c$ 的等离子体相互作用，在等离子体通道中产生了螺旋形的电子束 (如图 1–16(a) 所示)，同时产生了横向宽度为 2 μm，宽度为 40 fs 的 γ 光辐射，其 15 MeV 亮度在 $t = 100T_0$ 时刻可以达到 3.5×10^{25} photons/s/mm^2/mrad^2/0.1%BW，峰值辐射功率达到了 6.7 PW。γ 光子的能量转化率最高达到 27%，如图 1–16(b) 所示 [122]。

此外，量子效应引起的 γ 光辐射还有很多方面的问题值得研究。弓正等在 2017 年提出了 4 束对称激光入射近临界密度等离子体的构型，在其中形成有质动力势井约束等离子体并产生了大量 γ 光子辐射 [123]。朱兴龙等通过在锥形金毛细管内填充近临界密度气体，在激光传播方向产生了峰值亮度为 10^{23} photons/s/mm^2/mrad^2/0.1%BW 的 γ 光辐射 (从 3 MeV 到 30 MeV)，平均能量密度达到了 10^{17} J/m^3。由于锥靶可以降低电子捕获的阈值，在入射激光强度为 1.37×10^{22} W/cm^2 下能量转换效率可达 5% [124]。类似的工作显示在底部密封的

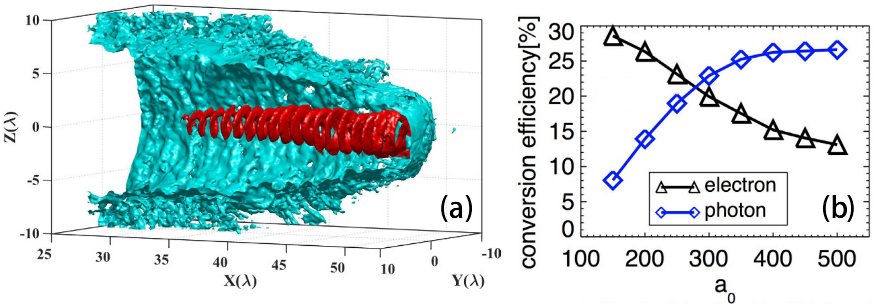

图 1–16 (a) 等离子体通道 (蓝色) 和螺旋形电子束 (红色) 的三维等值面，分别为 $30n_c$ 和 $50n_c$。(b) 能量从激光到电子 (黑线) 和光子 (蓝线) 的转化效率随激光光强 a_0 的关系。图片来自文献 [122]。

Figure 1–16 (a) 3D isosurface distributions for electron densities of the plasma channel (blue) and the helical electron bunch (red), where the isosurface values are respectively $30n_c$ and $50n_c$. (b) The energy conversion efficiencies from laser to electrons (black) and photons (blue) varying with different laser amplitude a_0.

管道中充满近临界密度等离子体也可以提高 γ 光的亮度和转化效率 [125]。2015 年 Wang 等人发现激光偏振和等离子体密度会对辐射 γ 光子能量和角分布有较大影响，圆偏振激光在等离子体密度较低时能比线偏振激光辐射更高能的光子。当入射激光为 420 TW/50 fs，等离子体最优密度在 $\sim 1n_c$ 时，MeV 量级的光子亮度达到了 10^8 photons/0.1%BW [126]。

1.4.2 正负电子对产生和 QED 级联效应

前文中我们已经介绍过正负电子对产生的 Trident 机制，BH 机制和 BW 机制。其中 Trident 和 BH 机制因为对光强的要求较低，在早年有不少理论和实验方面的工作。Nakashima 和 Takabe 理论计算和模拟了在 10^{20} W/cm^2 光强下 Trident 机制和 BH 机制产生正负电子对的散射截面，发现有真实光子参与的 BH 过程比直接产生正负电子对的 Trident 过程高了两个数量级 [115]。更多的研究显示，在 Trident 和 BH 机制中，高 Z 靶的原子序数 Z 越高，靶密度越高，靶厚越厚，正电子的产额也越高 [127]。一般 BH 机制在较厚的高 Z 靶中起主要作用 [128]，而在低密度薄靶中，Trident 机制产生的正电子更多 [114]。然而整体上讲，Trident 和 BH 机制获得的正电子密度较低，转化率低，随着激光强度不断增强，BW 机制成为人们研究强激光等离子体 QED 效应产生正负电子对的主要对象。

1997 年，美国斯坦福直线加速器 (SLAC)Burke 等人报道了通过 BW 过程产生正负电子对的实验。利用波长 527 nm 的 Nd : Glass 激光和低发散度，能量为

46.6 GeV 电子束对撞，观察到了 106 ± 14 个正电子的信号。首先电子束在激光中发生非线性康普顿散射，辐射出 GeV 量级高能光子，随后其和激光光子再次散射产生正负电子对 [129]。这也是首次在实验上报道光光散射中实光子参与的相互作用。然而这种方案通过电子束和激光相互作用，需要先加速电子束，调控其电荷量，能量，品质，准直性等因素，仍然比较繁琐。利用高强度激光直接和等离子体相互作用产生正负电子对的方案被提上了日程。由于目前激光强度的限制，该方案只有数值模拟方面的工作。

2012 年 Ridgers 等用 EPOCH 程序模拟了强度为 4×10^{23} W/cm^2，峰值功率为 12.5 PW 的激光和 1 μm 厚度的铝靶相互作用，可以产生大量正负电子对和 γ 光子，其中正电子最大密度达到 10^{26} cm^{-3}，比实验上传统机制产生的正电子密度高了 7 个数量级。这一过程中，激光等离子体相互作用中的能量转换模式和传统领域大有不同，大量能量从电子转换到辐射的高能 γ 光子，最后再转移到正负电子对，等离子体本身也从经典等离子体随之过渡到 QED 等离子体 [130]。如果将激光强度进一步提高到 320 PW，γ 光子的能量转化效率可以进一步提高到 40%，正负电子对吸收的能量也可达到 10%。图 1–17(a)、(b) 分别展示了两种强度的激光和铝靶相互作用中的等离子体密度 (3 维灰色等高线)，产生光子密度 (蓝色) 和正电子密度 (红色等高线) 分布 [131]。

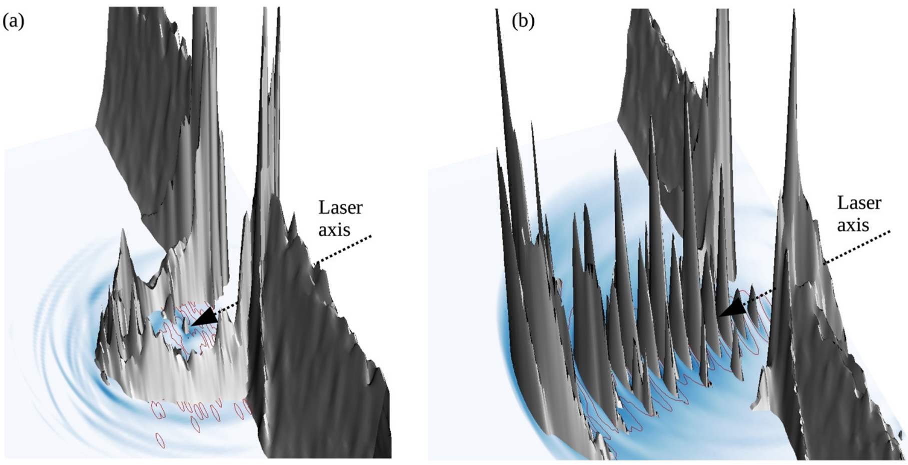

图 1–17 (a)12.5 PW 和 (b)320 PW 激光分别入射铝靶 (3 维灰色) 后相互作用中的 γ 光子 (2 维蓝色) 和正电子 (红色等高线) 产生。图片来自文献 [131]。

Figure 1–17 γ-ray photon (2D blue) and positron (red contours) production in the interaction of a (a) 12.5 PW (b) 320 PW laser pulse with a solid aluminum target (3D grey).

QED 过程中的正负电子对在强场中产生，同时这部分正负电子对和原等离子体都有机会再次辐射高能 γ 光子并产生新的正负电子对，引发级联效应。虽然级联

效应会使激光能量在有种子电子存在时迅速被消耗 [119]，对未来超强激光的稳定传输带来挑战，但另一方面，级联效应也会大大增强正负电子对的产生，为相关研究带来便利。在研究 QED 级联过程中，两束相向传播的激光形成的驻波场可以使电子被捕获在节点或者反节点 [111]，增强了其和后续激光的相互作用，大幅降低了 QED 级联所需的激光强度，成为很多研究者选择的激光构型。2014 年 Mironov 等在双束反向圆偏振光和斜入射电子束的相互作用中提出喷淋模式 (Shower-type) 和雪崩模式 (Avalanche-type) 两种 QED 级联模式。电子束首先在激光中发生非线性康普顿散射，散射光子随后通过 BW 效应产生正负电子对。这一过程持续一段时间后电子能量大幅降低，随后级联过程消失，这种由同一种子电子持续将能量转移给后续新产生粒子的过程和喷淋相似，称为 S-type 级联模式。当低能电子在激光驻波场中时，又会从激光中重新吸收能量并辐射出光子和正负电子对，这部分正负电子对可以延续这一过程产生更多正负电子对，造成其数量指数上升，整个过程和雪崩相似，称为 A-type 级联模式 [132]。如图 1–18(a) 所示，在 z 轴正方向传播的 GeV 电子束和激光相互作用通过 S-type 级联持续辐射产生新粒子，对应 (b) 中电子数目持续增高。当 $t \gtrsim -0.1\tau_L$ 时 S-type 级联逐渐消失，对应电子产生率下降。而 $t > 0$ 后大量粒子被捕获在电场反节点处，A-type 级联开始增长，电子产生率重新上升。

同样的双束激光构型中，激光强度和偏振态对正负电子对的产生率也有很大影响。Grismayer 等研究了不同偏振态的双束激光在有种子电子存在时正负电子对的产生率。一种是两束同方向的线偏振激光 (lp-lp)，一种是同向的圆偏振激光 (cw-cw)，最后一种是反向的圆偏振激光 (cw-cc)。理论计算可以发现，激光构型可以很大程度决定电子 Lorentz 不变量 χ_e 的大小：在 lp-lp 构型中，电子运动被限制在激光偏振和传播平面中，χ_e 在电场区域最高可达 $2a_0^2/a_S$，其中 $a_S = mc^2/\hbar\omega_0$ 为 Schwinger 场强对应与激光同频的归一化光强；而 cw-cw 构型中，χ_e 最大仅为 $2a_0\gamma_0/a_S$；在 cw-cc 构型中，激光场叠加形成旋转场，χ_e 最大值也为 $2a_0^2/a_S$ 且不依赖所处位置。所以相应的 cw-cw 中正负电子对产率是最低的，而 cw-cc 中正负电子对的产生率最高 [134]。图 1–19(a) 对比了不同构型激光中正负电子对的产生率，同时也对比了参考文献 Bell 和 Kirk [135]、Bashmakov [120] 和 Fedotov[119] 中的产生率。其中 Bell 和 Kirk 在低光强下产生率偏低是因为模型中低估了光子的光学深度，而在高光强 ($a \gg 10^4$) 模型中 Bashmakov 和 Fedotov 模型较为吻合。图 1–19(b) 中 lp-lp 对应的正负电子对数目低于 cw-cc，但是高于 cw-cw，同时表现出了 $2\omega_0$ 频率的振荡，和预期表现一致。然而同样是双束激光和等离子体相互作用模型，Jirka 等人却发现光强在 $I = 1.1 \times 10^{24}\ \mathrm{W/cm^2}$ 时，反而是双束线偏振激光

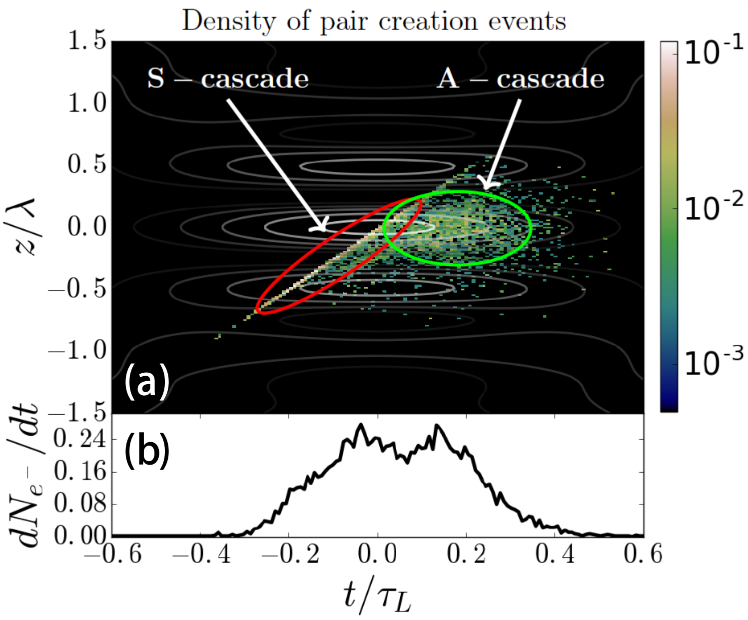

图 1–18 (a) 沿 z 轴 e^-e^+ 产生率 $d^2N_{e^-e^+}/dtdz$ 密度的演化 (a.u.)。细线表示电场强度分布 (b) 电子产生率 dN_{e^-}/dt 随时间的演化，对应初始电子束能量为 $\varepsilon_0 = 3\,\mathrm{GeV}$，$E_0 = 3.2\times10^{-3}E_S$(总计 $I \approx 4.8\times10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$)。图片来自文献 [133]。

Figure 1–18 (a) Evolution of the density $d^2N_{e^-e^+}/dtdz$ of e^-e^+ creation events along z-axis (in a.u.). Thin solid lines indicate the structure of electric field distribution. (b) Electron creation rate dN_{e^-}/dt (in a.u.) for initial electron beam energy $\varepsilon_0 = 3\,\mathrm{GeV}$, $E_0 = 3.2\times10^{-3}E_S$ (total $I \approx 4.8\times10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$).

对应的正负电子对产生率比双束反向圆偏振高 [136]。这是因为双束激光中主要是在电场最大值处大量产生正负电子对，而使用圆偏振光时，种子电子会在形成驻波场之前被有质动力排开，导致产生效率偏低，在 a_0 小于 2000 时 lp-lp 构型会产生更多正负电子对。

除此之外，还可以通过增加激光束的数目来限制种子电子被排开，增加正负电子对的产生效率，同时这样也可以降低单束激光的能量需求 [137]。在等离子体密度的选择上，密度太低会导致种子等离子体迅速被排开，而密度太高则会增加激光反射，降低能量吸收率，只有适当的种子等离子体密度 $\sim 100n_c$ 能有效增强 QED 级联效应 [138]。在靶型选择上，选择锥型靶可以有效限制激光传播，从而通过 10 PW 激光产生高密 ($\sim 4\times10^{22}\,\mathrm{cm^{-3}}$) 的正负电子对 [139]。

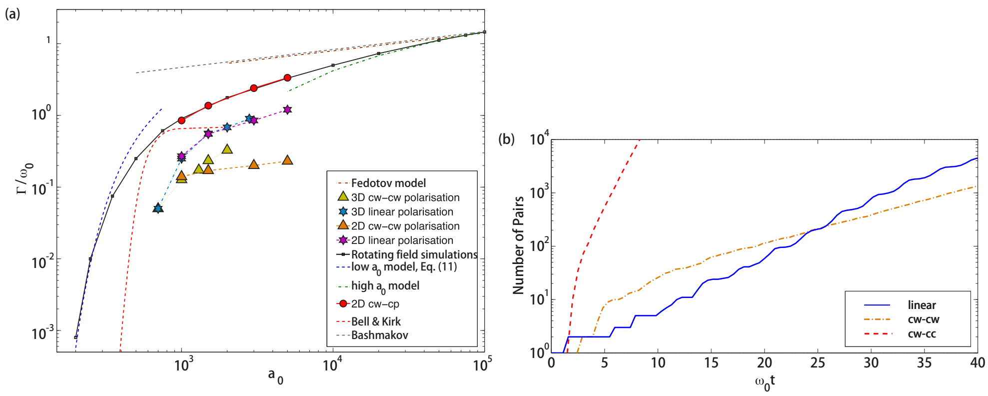

图 1–19 (a) 不同偏振激光下 e^-e^+ 的增长率随 a_0 的变化。低 a_0 和高 a_0 的近似分别来自参考文献 [134] 中的公式 (11) 和公式 (10)。Bell 和 Kirk 模型来自参考文献 [135]。Bashmakov 模型来自参考文献 [120]。Fedotov 模型来自参考文献 [119]。(b)a_0 = 1000 时三种偏振模式下 e^-e^+ 数目随时间的变化。图片来自文献 [134]。

Figure 1–19 (a) Growth rate of e^-e^+ as a function of a_0 for different laser polarization. The low a_0 model and high a_0 model correspond to Eq.(11) and Eq.(10) in Ref. [134]. The model of Bell and Kirk comes from Ref. [135]. The model of Bashmakov comes from Ref. [120]. The model of Fedotov comes from Ref. [119]. (b) Number of e^-e^+ pairs as a function of time for the three setups for a_0 = 1000.

1.5 粒子模拟程序介绍

一直以来，物理学科都是理论研究和实验研究相辅相成，互相成就并向前发展的。没有理论支撑的实验研究是盲目的，人们知其然而不知其所以然。而没有实验验证的理论不能让所有人信服，是空中楼阁。近几十年来，计算机技术的发展催生了大规模计算科学，人们从此多了计算机数值模拟的方法来研究实际问题。和以往的理论研究相比，数值模拟更像是实验，可以验证理论的正确性而不像真正的实验那样耗费巨资和时间。同时和实验相比，数值模拟又像是指导性的理论，可以在细节上对模型给予完善和调整。

在等离子体模拟领域，一般可以分为流体力学 (fluid)、动力学 (kinetic) 及两者结合的混合模拟方法。流体力学一般用来处理大尺度、长时间演化的宏观问题，主要用磁流体 (MHD) 方程描述。而动力学方法更适合研究电磁场作用下等离子体的微观属性，包括 Vlasov/Fokker-Planck 方程和粒子模拟 (Particle-In-Cell, PIC) 方法 [140, 141]。在考虑超短超强激光和等离子体相互作用时，其作用时间短，动力学效应强，非线性和耦合效应明显，使得粒子在有限时间内无法通过碰撞达到热力学平衡，所以不适合用流体模型描述。Valsov/Fokker-Planck 方法是一种求解粒子在相空间分布函数的动力学方法，当忽略粒子间的碰撞项时，Fokker-Planck 模

拟就简化为 Vlasov 模拟。然而 Vlasov 方法在处理二维、三维问题时需要大量计算资源，同时在处理锐边界问题时，其锐分布会以错误的速度扩散，这是由于差分方程的截断误差导致的 [142, 143]。基于这些原因，较为简单，易于并行的粒子模拟成为激光等离子体领域应用广泛的数值方法。

本节主要介绍粒子模拟程序的基本方法，以及由英国 Warwick 大学等团队开发的三维开源粒子模拟程序 EPOCH [94, 144]。

1.5.1 粒子模拟程序概述

粒子模拟程序中，一般要处理大量的粒子运动问题。以波长为 1 μm 激光为例，对应的临界密度为 $n_c = m\omega^2/4\pi e^2 = 1.12 \times 10^{21}\ \mathrm{cm}^{-3}$，即使只计算波长立方的范围，其粒子数量也有 10^9 个。在实际问题中，相空间内分布接近的大量粒子对电磁场的贡献和自身的运动规律相似，因此可以用一个宏粒子代表它们，大大减少计算所需的粒子数目。等离子体中的粒子在电磁场中的运动方程，场演化方程及电子电荷密度、电流密度分别为：

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{r}_j}{dt} &= \boldsymbol{v}_j \\ \frac{d\boldsymbol{v}_j}{dt} &= \frac{q_j}{m_j}\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_j \times \boldsymbol{B}/c\right) \end{aligned} \tag{1–39a}$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{E} &= 4\pi\rho \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0 \\ \nabla \times \boldsymbol{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \boldsymbol{B} &= \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{1}{c}4\pi\boldsymbol{J} \end{aligned} \tag{1–39b}$$

$$\begin{aligned} \rho_e &= \sum_j q_j \delta(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}) \\ \boldsymbol{J}_e &= \sum_j q_j \boldsymbol{v}_j \delta(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}) \end{aligned} \tag{1–39c}$$

其中 q_j，m_j，$\boldsymbol{r}_j$，$\boldsymbol{v}_j$ 分别为第 j 个粒子的电荷、质量、位置和速度，ρ_e，$\boldsymbol{J}$ 为电子的电荷密度及电流密度。在实际运算中，某一时刻的电磁场分布可以通过式 (1–39a) 计算粒子受到的力并更新粒子的速度和位置。随后根据式 (1–39c) 计算粒子的电荷密度和电流密度。最后通过 Maxwell 方程式 (1–39b) 计算新的电磁场，以此类推循环往复。

以上在求解粒子运动方程，空间电磁场演化和由粒子位置速度分布求解电荷电流分布的过程中，人们开发了许多方法来减少误差，提高计算效率或并行效率。以 EPOCH 程序三维为例，其核心算法采用的是等离子体模拟代码 (Plasma Simulation Code)，电磁场等矢量采用交错 Yee 网格 (Staggered Yee Grid) 分布，用时域有限差分法 (Finite Difference Time Domain, FDTD) 求解，如图 1–20(a) 所示。粒子推动方程采用标准蛙跳 (Leap Frog) 方法，先计算半个步长的电场加速，再计算一个步长的磁场旋转，最后再计算后半个步长的电场加速，如图 1–20(b) 所示 [145]。粒子云分布采用标准 B 样条差值法 (B-spline)，其一阶和二阶的形式分别为：

$$b_1(\xi) = \begin{cases} 1+\xi & -1 \leqslant \xi \leqslant 0 \\ 1-\xi & 0 \leqslant \xi \leqslant 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{1–40a}$$

$$b_2(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+\xi\right)^2 & -\frac{3}{2} \leqslant \xi \leqslant -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4}-\xi^2 & -\frac{1}{2} \leqslant \xi \leqslant \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}-\xi\right)^2 & \frac{1}{2} \leqslant \xi \leqslant \frac{3}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{1–40b}$$

此外，还有如边界条件的处理，程序初始化载入，程序并行化运行，负载平衡等问题需要考虑。有的程序还包含了粒子碰撞和电离的模块供用户选择。近年来，由于高功率激光的建设和发展，包含 QED 模块的粒子程序受到人们的青睐。下一小节我们详细介绍 EPOCH 程序中 QED 模块的计算。

1.5.2 适用于包含 QED 物理过程计算的粒子模拟程序

将 QED 过程整合到等离子体的理论描述中是比较繁琐的，然而 QED 模型却能很好得融入等离子体的数值模拟中，只需要在等离子体的 PIC 模拟中加入蒙卡 (Monte-Carlo, MC) 方法：粒子的轨迹和分布用传统 PIC 方法计算，同时光子辐射和正负电子对的产生过程可以用 MC 方法。光子辐射和正负电子对产生的相干长度远小于光学波长和产生粒子的平均自由程，这保证了在 PIC 程序中使用 MC 方法的有效性 [146, 147]。因此我们在程序中将高频场对应的 γ 光子当作粒子来处理，而低频激光场和等离子体场集成在 Maxwell 方程中处理 [120, 131]。

在实际运用中，QED 过程的辐射是通过 Fury 图像计算的 [148]，而人们通常只用到其微扰展开最低阶项的 Feynman 图：光子辐射和正负电子对产生。其产生率在很多文献中都已经给出，这里不做详细介绍 [94, 108, 120, 144]。需要注意的

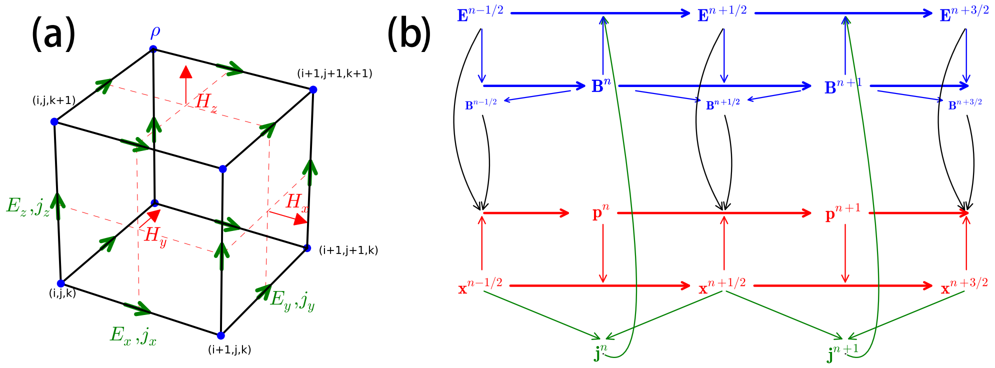

图 1–20 (a) 交错 Yee 网格单位，箭头和点分别代表面心磁场 (红色)，电场和电流 (绿色) 以及电荷密度 (蓝色)。(b)PIC 中含时变量的蛙跳格式解法。蓝线代表电磁场，红线代表粒子位置和动量。黑线代表电磁场通过 Lorentz 力对粒子的作用。绿线代表粒子产生的电流反作用于 Maxwell 方程。图片来自文献 [145]。

Figure 1–20 (a) The staggered Yee grid unit cell. Depicted are the locations of magnetic fields on face centers (red), eletric fields and current density (green), and charge density (blue). (b) Leap-frog time integration in the PIC method. Blue represents electromagnetic field quantities. Red represents particle positions and momenta. Interaction occurs by using the EM fields to find the Lorentz force on particles (black) and by using particle motion to find current density that feeds back into Maxwell’s equations (green).

是另一些低阶过程如正负电子对的湮灭，电子吸收光子的过程因为概率极小也可以被忽略。在正负电子对湮灭中，正负电子碰撞的夹角 θ 需要满足 $\theta \leqslant 10^{-5}$ 才会发生 [149]。

在包含 QED 模块的 PIC 计算循环中，需要分别加入 (1) 带电粒子辐射光子的模块，同时这一步需要计算光子带走的动量，这也是 PIC 中量子辐射阻尼效应的体现；(2) 光子在场中湮灭产生正负电子对，这部分正负电子对继承了光子的动量；(3) 新产生的正负电子对的电荷和电流对电磁场的改变。整个过程如图 1–21所示，正负电子对的湮灭和电子吸收光子的过程暂不考虑。

此外，从数值角度考虑，包含 QED 模块的 PIC 程序中时间间隔的选取应该满足一个时间步长内的新粒子辐射概率小于 1，即 $\Delta t \leqslant \Delta t_{QED}$，$\Delta t_{QED} = 1/\max(dP/dt)$。同时 PIC 方法本身有要求扰动速度小于光速的 CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy condition) 和 Debye 长度必须分辨，所以时间步长分别有 $\Delta t \leqslant \Delta t_{CFL}$ 和 $\Delta t \leqslant \Delta t_D$，其中 $\Delta t_{CFL} = \Delta x/c = \lambda_L/Nc$，$N$ 为一个波长内网格的划分数目，$\Delta t_D = \lambda_D/c$，λ_D 为 Debye 长度。在强度为 a_0 的激光场中，有

$$\frac{\Delta t_{QED}}{\Delta t_{CFL}} \sim \frac{10N}{a_0} \qquad \frac{\Delta t_{QED}}{\Delta t_D} \sim \frac{100}{a_0}\left(\frac{n_e}{n_c}\right)^{1/2}\left(\frac{mc^2}{k_b T_e}\right)^{1/2} \tag{1–41}$$

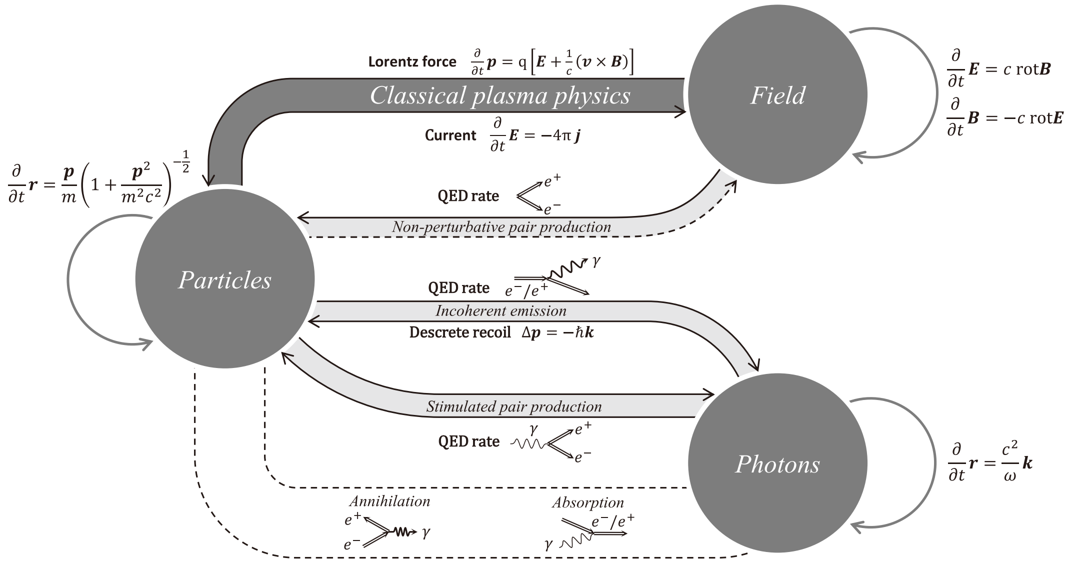

图 1–21 包含极端强场中新能量转换通道模块的改进粒子模拟方法。图片来自文献 [149]。

Figure 1–21 Extension of the PIC approach for taking into account novel channels of energy transformation that could be triggered by laser fields of extreme intensity.

这里 T_e 为电子温度。在一般的激光固体靶模拟中，$\Delta t_D < \Delta t_{CFL}$，$n_e/n_c \sim O(10^3)$，$mc^2/k_bT_e \sim O(10^3)$，所以只有 $a_0 > O(10^5)$ 时才需要让 Δt_{QED} 作为时间间隔的限制。在一般的激光气体靶模拟中，$\Delta t_{CFL} < \Delta t_D$，如果网格划分比较粗糙如 $N \sim 10$，则激光在 $a_0 > O(10^2)$ 时就需要用 Δt_{QED} 作为时间间隔的限制 [94]。

包含 QED 模块的 PIC 程序在计算过程中会产生大量新粒子，并且数量随时间会指数上升。这对计算，存储都是巨大的挑战。近年来，在 QED-PIC 程序中加入粒子合并的算法受到人们的关注 [150]。同时值得注意的是现有处理方法下计算光子辐射和正负电子对产生时程序中不能保持能量守恒。初始 Lorentz 因子为 γ_i，最终 Lorentz 因子为 γ_f 的电子 (正电子) 辐射光子过程中的相对能量误差为 $\Delta\gamma/\gamma_i \approx (1/2\gamma_i)(1/\gamma_f - 1/\gamma_i)(\gamma_i, \gamma_f \gg 1)$。在能量为 $\varepsilon_\gamma = \hbar\omega_\gamma/mc^2$ 的光子产生 Lorentz 因子为 γ_- 和 γ_+ 的正负电子对的过程中，相对能量误差为 $\Delta\varepsilon/\varepsilon_\gamma = (1/2\varepsilon_\gamma)(1/\gamma_- + 1/\gamma_+)$。但由于新粒子产生过程一般需要自身能量很高，所以这些误差相对都比较小 [144]，不影响对的等离子体集体效应的研究。

1.6 论文结构安排

本论文主要聚焦在极强光场作用下激光等离子体相互作用产生的新辐射机制，我们将按照以下顺序介绍:

第 一章，我们以激光的发展为主线介绍本领域的研究内容和现状，分别着重

介绍了激光和固体靶产生高次谐波的原理和机制，激光等离子体中的辐射阻尼效应产生的影响，以及 QED 等离子体中的 γ 光子和正负电子对产生带来的影响。同时对我们的研究工具：包含 QED 模块的 PIC 程序做了简单介绍。由于这一部分内容是近年来的研究热点，且中文综述论文还较少，因此我们给与了较大篇幅介绍。

第 二章，我们对通常相对论光强下的激光固体靶作用产生高次谐波过程进行了相关的研究，重点研究了 CSE 机制产生靶后谐波。我们研究发现靶后谐波是由靶前表面电子在激光场和静电场共同作用下在靶前后表面振荡形成的。一维模拟中靶后可以观察到高于 ω_p 的奇数次谐波，二维模拟中靶后还出现了其他低阶奇数次谐波。在靶前密度标长变长后，高密度电子层的形成被抑制，不利于靶后谐波形成。在激光斜入射靶时，靶后谐波还出现了多个偶数阶成分。

第 三章，我们研究了超强激光场和等离子体相互作用中，由辐射阻尼效应产生低阶谐波辐射的过程，并对其产生原因进行了分析和解释。通过研究我们发现加入辐射阻尼效应后，部分电子会被捕获在激光场中心，同时靶后探测点出现了强度随靶厚度下降的谐波辐射。这里，捕获电子在激光场中周期性地辐射高能光子，在受到辐射阻尼作用的同时，电流产生周期性的突变，进而产生谐波辐射。同时激光自身波形对电子辐射高能光子事件 (HEPEE) 的时间具有调制作用，使得电子由辐射阻尼效应产生的辐射发生部分相干叠加，进而导致谐波辐射强度提高。在无 RR 效应时，激光能量吸收较弱，激光可以通过打洞效应穿透靶，相应谐波强度与靶厚度关联不大。而在包含 RR 效应时，等离子体对激光能量过快吸收，无法有效地传输辐射，因此探测到的谐波强度随靶厚变厚而减小。

第 四章，我们研究了双束极强激光场和等离子体相互作用中由 QED 级联效应产生低阶谐波辐射的过程，并对其成因进行了分析和解释。通过研究我们发现双束极强激光在等离子体区域可以产生大量正负电子对，并在反射和透射方向均观察到了高达 5 阶谐波的产生，其中反射方向的谐波占主导。通过对电流成分的分析发现，QED 级联效应产生大量正负电子对的频率为 2 倍和 4 倍激光频率。结合激光对横向电子 (正电子) 速度 v_y 中基频成分的振荡，使得最终产生 3 阶和 5 阶的谐波。当 QED 级联效应在程序中关闭，或者激光强度降低时，正负电子对无法大量产生，谐波成分也随之消失。

第 五章，我们对全文的内容进行总结，并对未来可能进一步开展的研究工作进行展望。

第二章 相对论激光和固体靶中非线性相互作用诱导的高次谐波

2.1 引言

在绪论中我们介绍了产生固体靶高次谐波的相干尾波辐射 (CWE)、相对论振荡镜 (ROM) 和相干同步辐射 (CSE) 三种机制。其中前两种机制由于对激光功率的要求并不高，利用百太瓦量级就能实现，因此相关的理论和实验工作较多。同时在这两个机制中是由集中在等离子体表面激发的电子运动引发的高次谐波，因此这两者也被称为表面高次谐波辐射 (Surface High Harmonics Generation, SHHG)。除了以激光频率为阶次的高次谐波外，很多物理过程中还可以产生以其他频率为基频的谐波。如太阳耀斑辐射一般是以等离子体频率 ω_p 阶为基底的谐波，其机制可以解释为在等离子体表面或是非均匀等离子体中 Langmuir 波激发的高能电子束通过参量过程将静电波转化为电磁波 [40]。在激光等离子体中相关的工作包括低密度等离子体中通过激光尾场产生的 $2\omega_p$ 阶的辐射，该辐射可以作为新型太赫兹源 [151]，或是 Boyd 和 Ondarza-Rovira 发现在激光和高密度薄靶相互作用中，反射和透射波频谱在光学波段之上还出现了各个等离子体频率整数倍的谱线 [152]，为高密等离子体密度的测量提供了一种直接思路。这里关于等离子体靶后透射方向的辐射近年来成为了比较热门的研究方向，除了 ω_p 阶次模式转换产生的谐波，还有如激光和固体靶产生热电子，热电子在穿过真空等离子体边界时，通过渡越辐射机制在靶后产生强度约 400 μJ 的太赫兹辐射 [153]。在本章中我们将重点研究 CSE 机制下的靶后谐波辐射 [62]，该辐射可以规避表面高次谐波的干扰，除了做为一种辐射源应用外，还可以用于对激光等离子体物理过程探测的一种手段。与我们后面两章研究的辐射机制不同，该辐射是一种纯粹的经典非线性效应引起的辐射。

在 CSE 机制中，当强相对论激光和高密固体靶相互作用时，靶面形成的高密度纳米电子层可以在翻转频率 (rollover frequency) 以内产生强度接近平台型分布的谐波谱 ($I(n) \sim n^{-4/3}$ 到 $n^{-6/5}$ 之间)。其翻转频率和纳米电子层的厚度及电子的最大 Lorentz 因子相关，高于翻转频率的谐波谱成指数衰减 [154]。实验上 Dromey 等利用 $a_0 = 20$ 的激光正入射密度为 $800n_c$，厚度为 200 nm 的碳靶，在透射方向上观察到符合 CSE 机制下满足 $n^{-1.62}$ 定标率的谐波，其中小于 ω_p/ω_l 阶次的谐波被屏蔽了，同时靶后产生的阿秒脉冲链强度在每个光周期中可以两次达到峰值，对应

有质动力的频率 [62]。激光周期性产生并加速纳米电子束，在等离子体密度标长较小时靶后透射方向可以观察到高亮度的阿秒脉冲链辐射 [155]。由于 $\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}$ 加热机制无法在圆偏振激光中加速电子，从而抑制纳米电子层的形成，2014 年 Yeung 等人在实验上发现圆偏振激光几乎可以完全抑制 CSE 机制靶后透射谐波产生，因此可以控制两束激光的偏振态和时间间隔，产生高能阿秒脉冲 [156]。Ma 等人发现，s 偏振激光斜入射双层纳米靶时，靶后 CSE 辐射的强度可以比单层靶或激光正入射结构高一个数量级，形成半周期的 XUV 辐射，从激光到辐射的能量转化率约为 3×10^{-5} [157]。除此之外，紧聚焦激光在靶后产生和加速阿秒电子束的相关研究为靶后辐射过程提供了理论依据 [158, 159]。

本章中我们先从一维模拟入手，探究靶后 CSE 谐波辐射的特点和机制，随后在二维模拟中研究激光焦斑半径、靶前密度标长、靶厚度和入射角度等因素对相对论激光和固体靶产生靶后谐波辐射的影响，并讨论其原因。这些研究有助于发现和理解利用 CSE 机制产生靶后高次谐波辐射源的特性，为其将来的应用奠定基础；同时也与我们下面两章要研究的由辐射阻尼和 QED 效应引起的谐波辐射形成比对。

2.2 相对论光强下靶后谐波的产生和特征

2.2.1 一维正入射激光产生靶后谐波

在研究相对论光强激光和等离子体相互作用过程中，我们首先从一维模拟探究靶后谐波的产生机制。这里我们使用粒子模拟程序 EPOCH，设置正入射激光的波长为 1 μm，沿 x 方向入射，归一化强度为 $a_0 = 10$，纵向波形为高斯型分布，半高全宽为 $\tau = 10T_0$。这里 $a_0 = eE/m_e\omega_0 c$，e 和 m_e 分别为电子单位电量和质量，ω_0 为激光圆频率，c 为真空中的光速。等离子体密度在 $x \geqslant 0$ 处为 $n_0 = 80n_c$，n_c 为入射 1 μm 波长激光对应的临界密度。在 $x < 0$ 的前表面设置有密度上升的预等离子体，密度函数为 $n_e = n_0 \exp(x/L)$，这里初始的 $L = 0.01\lambda_0$ 为预等离子体的密度标长。单个网格的长度为 $0.001\lambda_0$，每个网格中设置 400 个超粒子，同时相应的模拟时间间隔足够分辨出较高阶次的谐波。这样的模型和参数下，辐射阻尼效应和 QED 效应均可忽略，使得激光等离子体相互作用过程中无需加入 QED 模块，在计算中仅需用到通常的粒子模拟方法。

这里由于等离子体密度较高，一般来说在正入射中如果靶厚较厚 ($\geqslant 1\lambda_0$)，强度仅为相对论强度的激光无法穿过等离子体形成有效辐射，所以我们先选取 200 nm 的薄靶开展研究。图 2–1(a)、(b) 分别为一维模拟中电子密度和横向电场的时空分布。图 2–1(a) 中为了方便观察前后表面的密度变化，色标最大值只取到了 $20n_c$，

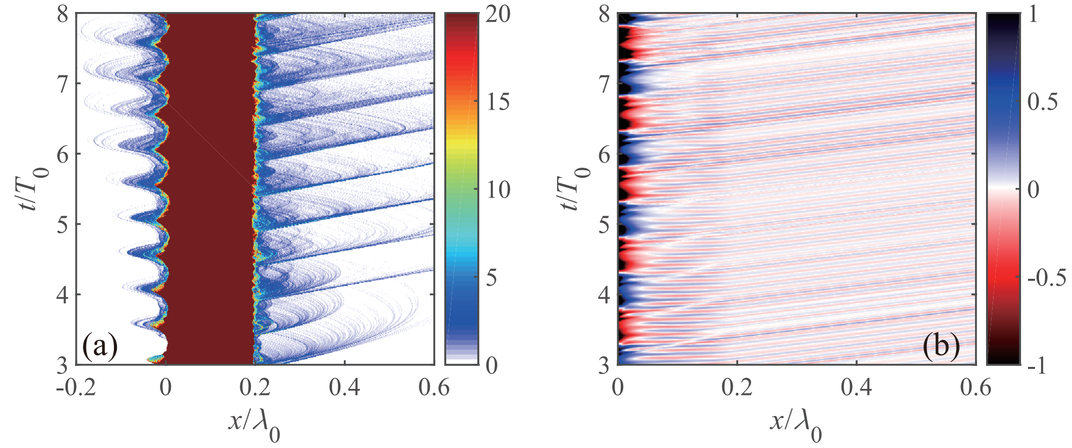

图 2–1 激光正入射薄靶一维模拟中 (a) 电子密度和 (b) 横向电场 E_y 的时空分布。

Figure 2–1 Spatiotemporal evolotion of (a) electron density and (b) transverse electric field E_y in 1D simulation of laser normal incidence on a thin target.

小于等离子体初始密度 $80n_c$。图中我们可以看到此时激光引起的前后表面电子密度波动在 $10n_c$ 的数量级。前表面的密度在一个激光周期内振荡两次，被抛射出的电子均被拉回等离子体。而后表面被抛射出的电子较少，频率和前表面相同，部分电子得到正向加速后没有被拉回等离子体。与此同时，靶后电场分布图 2–1(b) 中显示激光没有进入靶内部，只有较高频率的电磁波向右传输并在靶后形成辐射。

为了分析一维模拟中电子运动的机制，我们在图 2–2(a)-(i-iv) 中分别给出了激光等离子体相互作用初始阶段不同时刻电子在相空间中的分布。由于模拟中在靶前设置了预等离子体，靶前 ($n < 80n_c$ 处) 超粒子代表的真实电子数量要少于靶内 $n = 80n_c$ 的超粒子，因此我们用不同大小的点表示相应超粒子代表真实电子的数量。$t = 2.9$ 时刻等离子体前表面电子开始加速，得到有质动力的加速动量 (图 2–2(a)-i)。随后这些电子被推入等离子体内 (图 2–2(a)-ii)。此时前表面的净电荷为正，背景离子对内部电子的吸引在等离子体内形成向表层反向运动的束流 (图 2–2(a)-iii)。期间当电子向右速度为 0 时，电子密度在前表面会堆积形成高峰，和表面高次谐波中的理论一致。这部分回流电子回到真空中 (图 2–2(a)-iv)，随后会被下半个周期的激光加速，重复之前的运动。

在图 2–2(b) 中我们给出了部分纵向得到加速电子的轨迹。其中蓝色，橙色和淡绿色分别表示正常在等离子体前后振荡，大幅振荡后回到等离子体内以及大幅振荡后被抛射出去三种运动模式的电子。我们看到大部分电子在靶前表面等离子体真空分界面处折返，随后往透射方向运动并在靶后辐射重新拉回等离子体内 (蓝线)。少部分电子穿越到等离子体后表面辐射后由于纵向动量过大，没有立刻被拉

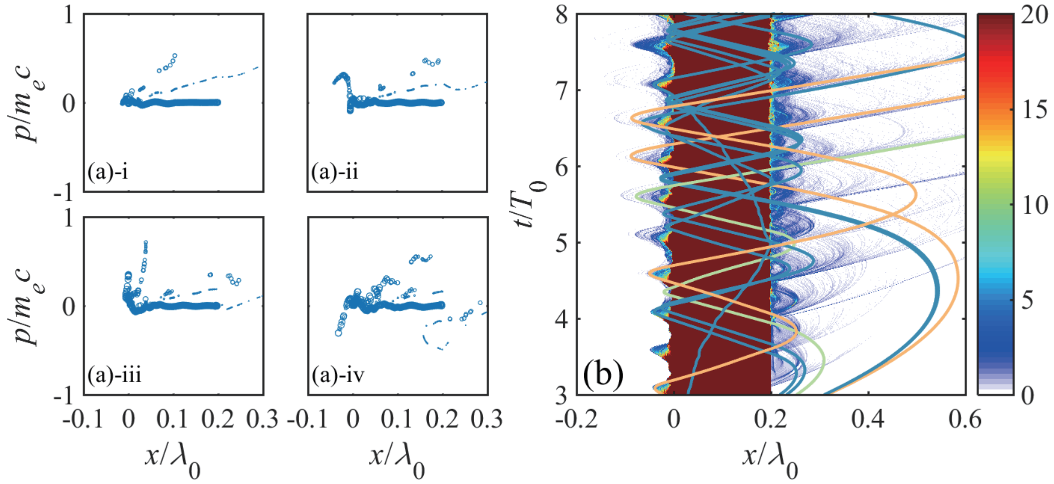

图 2–2 激光正入射薄靶一维模拟中 $t = 2.9, 3.1, 3.25, 3.5$ 时刻电子相图 (a) (i-iv) 和部分电子轨迹 (b)。(a) 中点的不同大小表示模拟中超粒子代表真实电子数量不同。较小的点为初始预等离子体中的超粒子。(b) 中蓝线，橙线和淡绿线电子轨迹分别表示正常在等离子体前后振荡，大幅振荡后回到等离子体内以及大幅振荡后被抛射出去三种运动模式。

Figure 2–2 Electron phase space at $t = 2.9, 3.1, 3.25, 3.5$ (a) (i-iv) and selected electron trajectories (b) in 1D simulation of laser normal incidence on a thin target. Different size of points in (a) denotes different amounts that super particles in simulations represent for the real electrons. Small points are super particles in the preplasma initially. The blue, orange and light green color of the trjectories in (b) denote 3 electron dynamic modes: the normal oscillations between the plasma surfaces, large amplitude oscillations then back to the plasma and large amplitude oscillation then move away from the plasma.

回，而是在几个周期后才被拉回等离子体 (橙色)，极少部分电子在真空中得到激光大量加速，在穿透等离子体后表面后没能被等离子体拉回 (淡绿色)。

从电子密度时空分布和电子运动轨迹来看，高密度纳米电子层在靶前形成并在激光有质动力作用下向透射方向加速，随后电子层在靶后真空等离子体分界面附近轨迹迅速变化，改变运动方向，成椭圆形轨迹。参考文献 [62] 中利用相应电子运动轨迹导出了辐射强度的时间分布，当电子在靶后改变方向时得到了超短 (< 0.1 激光周期) 的 XUV 脉冲。这里靶后辐射的过程是符合透射方向 CSE 理论描述的：强相对论激光在靶前表面形成电子密度堆积，随后这部分电子在传输至靶后时产生辐射，我们在图 2–3(a) 中作出靶厚 200 nm，密度标长 $0.01\lambda_0$ 时一维模拟中的场 FFT。这里选取透射的右向传播电磁场 $F_r = (E_y + B_z)/2$ 作为透射波强度，E_y，B_z 分别为 p 偏振横向电场和磁场的强度，品红、黄色和绿色线分别代表靶前、靶内部和靶后探测点的电磁场。从图中看到靶前表面入射的激光场的透射

波包含各奇数阶频率成分，强度逐渐下降，由于等离子体密度为 $80n_c$，靶内部和靶后方向的透射波中小于 9 阶的频率成分被抑制，无法传播，所以在靶后只能观察到高于 9 阶的奇数次谐波。但是考虑到入射激光光强为 $a_0 = 10$，我们发现即使是靶前进入等离子体的透射波强度峰值只有个位数，事实上大部分激光被反射了，图 2–1(b) 中 $x < 0$ 部分是超出色标范围的。

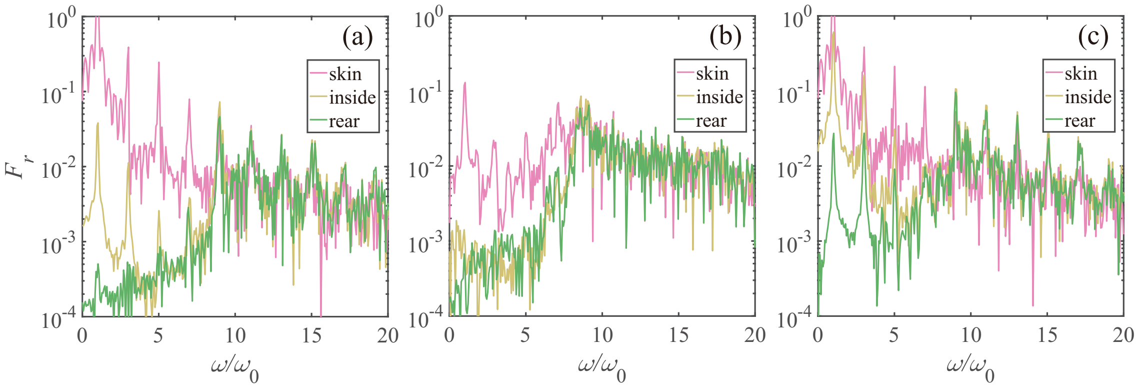

图 2–3 一维模拟中靶前表面 (品红) 靶内 (黄色) 和靶后 (绿色) 透射谐波谱的强度。(a)-(c) 模拟参数分别为 (a) 靶厚 200 nm，标长 $0.01\lambda_0$；(b) 靶厚 200 nm，标长 $0.1\lambda_0$ 和 (c) 靶厚 100 nm，标长 $0.01\lambda_0$。

Figure 2–3 FFT spectra of transmission emission in 1D simulation for target skin (megenta), target inside (yellow) and target rear (green). Parameters used in (a)-(c) are (a) target thickness 200 nm and scale length $0.01\lambda_0$; (b) target thickness 200 nm and scale length $0.1\lambda_0$; (c) target thickness 100 nm and scale length $0.01\lambda_0$.

接下来我们研究靶前预等离子体标长对靶后谐波的影响。一般来说对于 SHHG，当密度标长 $L = 0$，即密度阶梯分布时，由于等离子体静电分离势较大，等离子体表面电子既不能有效获得能量与入射激光通过多普勒频移产生 ROM 机制高次谐波，又不能通过线性模式转换产生 CWE 机制高次谐波，因此在 $L \ll \lambda$ 范围内较大的密度标长可以有效提高反射谐波的强度。这里我们希望研究靶前等离子体密度标长对靶后谐波辐射的影响，在图 2–3(b) 中我们给出了密度标长为 $0.1\lambda_0$，其他参数不变时相应的靶后谐波谱。对比发现靶前的透射谐波和图 2–3(a) 中比明显降低，而靶后辐射谐波几乎不复存在，各个阶次的谐波噪音偏大，对比度不高。在同样是研究靶后 CSE 机制辐射的参考文献 [155] 中发现增加靶前密度上升沿长度 (可以等效为增加密度标长) 后，高密度电子层的形成被抑制，纵向得到加速的电子远少于密度标长较小的情况，因此此时的阿秒 XUV 辐射会减弱。不同于反射方向 SHHG，密度标长增加并不利于靶后 CSE 辐射的产生。

如果保持密度标长为 $0.01\lambda_0$，靶厚改为 100 nm，相应的透射谱在图 2–3(c) 中

给出。对比 2–3(a) 我们发现由于趋肤深度的不同，两者靶内和靶后的低阶辐射强度有差异，而高阶的靶后谐波谱几乎一致。模拟中如果设定靶厚为 500 nm，靶后谐波谱强度略有下降。从电场分布图 2–1(b) 中也能看出，在一维模拟中，电磁场穿越靶前表面后强度在趋肤深度内下降，随后几乎没有任何变化向右传播，相速度几乎为 0，因此我们推测靶厚在一定范围内，CSE 产生的谐波阶次和强度在透射方向和靶厚度关联不大，但谐波峰的宽度随靶厚度的增加略有增加。

2.2.2 二维模拟中参数的影响

上文中我们主要描述了一维靶后 CSE 产生谐波的机制和特征。一维模拟在高次谐波的研究中对于模型的建立是有较大优势的，可以在较高时空精度和较多宏粒子的情况下模拟并解释物理现象产生的原因，其数值模拟的噪音也较小。然而实际中一维模拟具有天然的局限性，无法处理激光聚焦、谐波空间分布，或是涉及传播方向、发散角的问题。所以这里我们使用二维模拟来研究靶后辐射的产生。这里二维模拟参数的选择大部分和一维中是相同的，即激光沿 x 方向入射，波长为 1 μm，归一化强度为 $a_0 = 10$，脉宽为 $\tau = 10T_0$，纵向为高斯分布。等离子体密度也为 $80n_c$，在 $x \geqslant 0$ 和 $x \leqslant 200$ nm 之间均匀分布，在 $x < 0$ 的前表面有预等离子体。初始设置激光正入射且焦斑半径为 1 μm，预等离子体的标长 $L = 0.01\lambda_0$ 也即 10 nm。二维模拟中 $1\lambda_0 \times 1\lambda_0$ 的网格分辨率设置为 500×500，其纵向精度略低于一维模拟，但是足够分辨出百次以内的谐波成分。

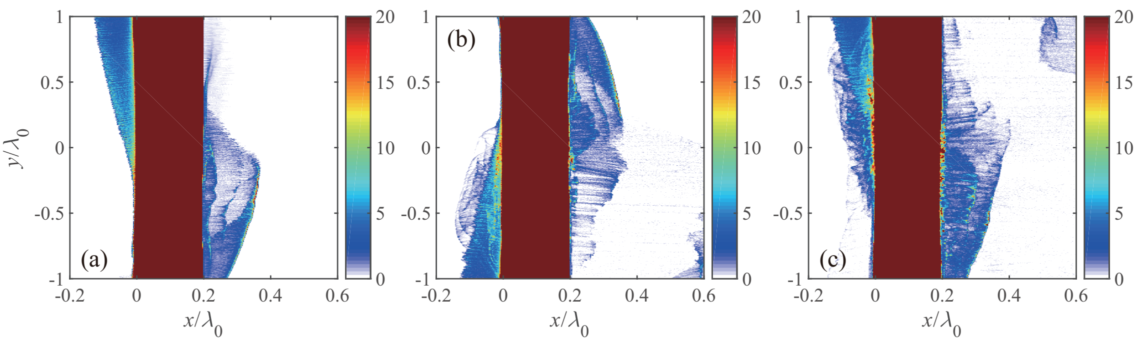

图 2–4 激光正入射薄靶二维模拟中 (a)$t = 3$，(b)$t = 3.5$，(c)$t = 4$ 时刻电子密度空间分布。

Figure 2–4 Spatial distribution of electron density in 2D simulation of laser normal incidence on a thin target at time (a) $t = 3$, (b) $t = 3.5$ and (c) $t = 4$.

在图 2–4中我们给出了 $t = 3$，$t = 3.5$，和 $t = 4$ 三个时刻模拟中电子密度的分布。在激光正入射之后，靶前后表面均形成了密度波动，其中靶后形成了多层电子层的结构，它们在被抛射出等离子体后一部分一直向右运动离开盒子，一部分

被靶后的纵向静电场拉回等离子体，这种靶后电子层发射在一个光周期内发生两次，分别在 $y<0$ 和 $y>0$ 部分，方向均向外。这和一维模拟中对电子运动的描述是类似的，唯一区别在于二维中电子也在横向上有位移，因此在二维模拟中靶后电子层形成后往两侧向外运动。

为了分析二维模拟中电子运动及电场分布和一维模拟的异同，我们在图 2–5(a) 和 (b) 中给出了 $y=0$ 中轴线上的电子密度和电场随时间的变化 (类比一维模拟图 2–1)。这里为了方便观察靶内电子密度波动，我们把密度色标修改为更大的范围。图中可以看到中轴线上靶前后表面电子的运动和一维非常相似，而靶内部电子在 $t<5$ 时形成多层向右运动的密度波，在 $t>5$ 后电子层数量减少，同时伴随有纵向成丝结构。电场时空分布图 2–5(b) 中显示，二维模拟中电场透射成分强度比一维模拟中强，然而靶内电场更加复杂，在 $t>5$ 后靶内稳定传输的电磁场成分被打乱。

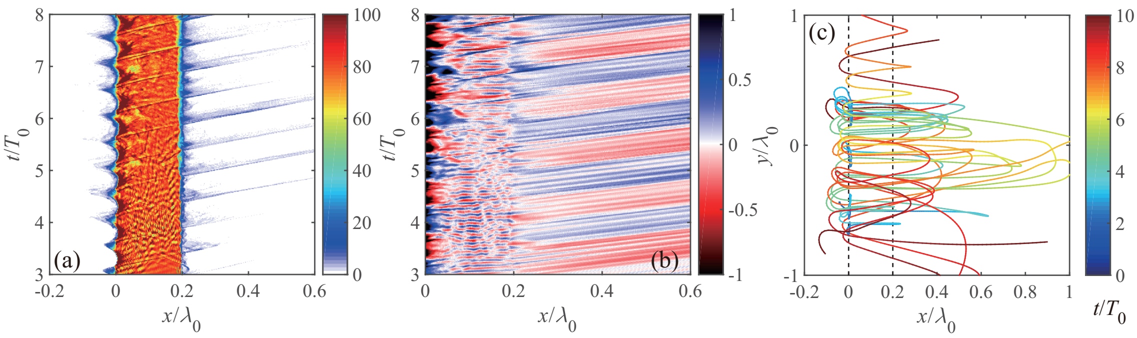

图 2–5 $y=0$ 中轴线的 (a) 电子密度和 (b) 电场的时空分布。(a) 中电子密度色标和图 2–4中不同。(c) 为部分电子在 $x-y$ 空间的轨迹，黑色虚线为靶初始位置，颜色代表不同时间。

Figure 2–5 Spatiotemporal distribution on $y=0$ axis of (a) electron density and (b) electric field. Note that the colorbar in (a) is different from that in figure 2–4. (c) Selected electron trajectories in $x-y$ plane. Black dashed line denotes the initial position of the target. Color represents time.

一般来说 p 偏振激光正入射的二维模拟中，由于电磁场的两个偏振态是非耦合的，$x-y$ 平面可以完整描述电子运动状态。在图 2–5(c) 中展示了空间中部分电子的运动轨迹。大部分靶前电子首先在激光场中作横向振荡，随后被向左拉出等离子体到真空中，然后再次被激光正向加速穿透等离子体，最后被静电场吸引重新穿透回到靶前，循环往复。各个电子纵向运动幅度各不相同，横向运动上大部分电子趋于向 $y=0$ 轴两侧扩散。二维电子运动的轨迹从理论角度解释了靶后 CSE 产生谐波辐射的机制，即部分电子在靶后改变动量方向时产生同步辐射。

随后我们在图 2–6(a) 中分析了二维模拟中靶后 CSE 机制产生谐波的谱。这里的参数选择为焦斑半径 1 μm 的正入射 p 偏振激光，预等离子体标长 $L=0.01\lambda_0$ 且

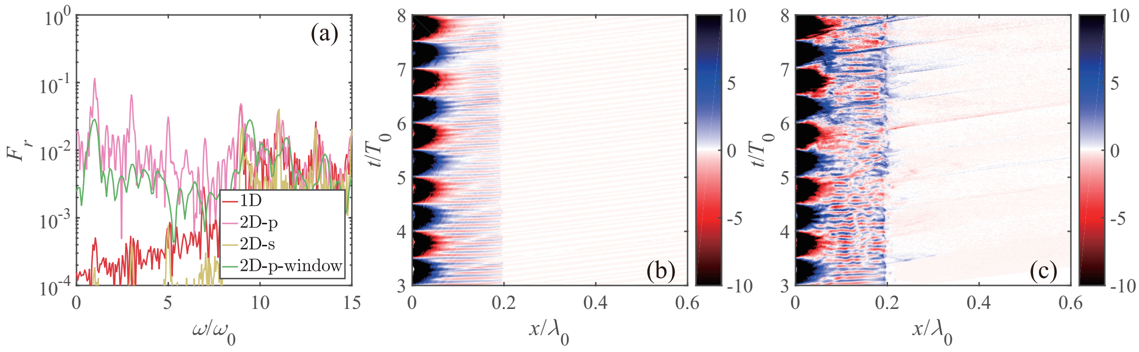

图 2–6 (a) 相同激光等离子体参数下一维 (红色)、二维 p 偏振正入射 (品红色) 和二维 s 偏振正入射 (黄色) 时靶后透射波 FFT 谱。绿色谱线为二维 p 偏振正入射 (品红色) 中截取 $0 < t < 9$ 时间窗口内的透射波 FFT 谱。(b) 一维模拟中横向电流 J_y 的时空分布。(c) 二维 p 偏振正入射时 $y = 0$ 轴线上横向电流 J_y 的时空分布。

Figure 2–6 (a) FFT spectra of transmitted wave for 1D (red), 2D p polarized normal incidence (megenta) and 2D s polarized normal incidence (yellow) of the same laser-plasma parameters. The green line is the FFT spectrum of transmitted wave after a $0 < t < 9$ temporal window truncation in the 2D p polarized normal incidence (megenta) case. (b) Spatiotemporal distribution of transverse current J_y in 1D simulation. (c) Spatiotemporal distribution of transverse current J_y on the $y = 0$ axis in the 2D p polarized normal incidence case.

厚度为 200 nm(品红色线)。同时我们加入了同样参数一维模拟的谐波谱 (红线) 和二维 s 偏振入射光 (黄线) 作为对比。我们发现二维模拟 p 偏振入射中靶后谐波对于小于 9 阶的谐波 (对应小于等离子体频率 ω_p) 没有抑制作用，这和一维模拟有本质区别。当入射激光为 s 偏振光时，靶后透射方向 s 偏振的谐波谱与一维一致，小于 9 阶的谐波被抑制。

我们在图 2–6(b) 和 (c) 中分别给出了一维模拟和二维 p 偏振入射时的横向电流 J_y 的时空分布。在一维模拟中，电子只在靶前表面受到激光横向场作用，表现为前表面周期性的显现正向和负向的横向电流，在靶内部约 $x = 40$ nm 右侧横向电流大幅降低，相应此时的电子也几乎只有纵向动量。作为对比，在图 2–6(c) 的二维 p 偏振模拟中，我们发现初始阶段二维模拟和一维模拟中横向电流分布是类似的，但是 $t > 5$ 之后电流分布开始变化，和图 2–5(b) 中的电场分布同时出现了不稳定传输的成分。从这里我们可以看出相应方向的电子运动可以改变靶后低频谐波的产生。在一维模拟或者二维 s 正入射激光中，电子虽然有横向动量，但是无法因此产生横向位移，相应的靶后就无法产生低于等离子体频率的谐波。而在二维 p 偏振激光入射情况下，电子可以在 y 方向运动，相应的也会产生密度变化，伴随二维模拟中密度分布一定的成丝现象。同理由于二维 s 偏振光入射时激光电

场方向电子无法运动产生位移，我们会发现二维 s 偏振入射时的横向电流分布 J_z 和图 2–6(b) 中一维结果类似 (未展示)。这里我们在在二维 p 偏振情况下分析了初始阶段 $t < 9$ 时刻靶后辐射的谱线 (对应图 2–6(a) 中绿色线)，我们发现在时间截取后，谱线的低频部分被抑制，而高频成分仍然保留，说明二维模拟中的低频谐波辐射是激光等离子体相互作用后期发展起来的。

此外，我们在图 2–7中对比了一些不同的激光等离子体参数对谐波产生的影响。由于二维模拟中 p 偏振入射光更加符合物理实际，这些参数变动都是以此为参照，所有子图中的品红色线均对应焦斑半径 1 μm 的正入射 p 偏振激光，预等离子体标长 $L = 0.01\lambda_0$ 且厚度为 200 nm 的谱线，其余颜色的谱线均为仅相应参数变换后的谱线。图 2–7(a) 中我们比较了入射光焦斑大小对谐波产生的影响。这里为了控制输入激光总体能量不变，我们保持焦斑大小和光强的乘积 $r \times a = 10$，即 $r = \sqrt{2}$ 时 $a = 5\sqrt{2}$，$r = 2$ 时 $a = 5$。可以看到小于 9 阶谐波的强度没有明显变化，而靶后大于 9 阶的谐波强度随着焦斑变大而略有减小。靶后低阶谐波的强度和焦斑大小无关，在激光整体能量不变的情况下保持不变。而靶后 CSE 机制产生的高阶谐波强度和激光归一化光强关联较大，在焦斑变大，归一化光强 a 减小时会随之减小。

关于密度标长的比较在图 2–7(b) 中。和一维的结果类似，当密度标长变大后，由于不能有效产生加速电子层，靶后谐波不易形成，其谱线杂乱无章，没有明显阶次。而完全去除预等离子体 (即密度标长 $L = 0$) 后，激光直接入射锐边界等离子体时，谐波谱并无明显变化。在靶后 CSE 谐波产生过程中，主要是前表面电子得到加速和振荡，因此靶前预等离子体的作用并不明显。并且如果增大密度标长，靶前预等离子体电子可以更有效获得激光能量并通过 SHHG 方式转化成反射方向高次谐波，所以密度标长较小时有利于靶后谐波的产生。

在模拟中改变靶厚后 (如图 2–7(c))，我们发现 $\leqslant 9$ 阶的谐波强度均随靶厚增加而减小，当靶厚为 500 nm 时，奇数阶谐波强度几乎不存在了，低频辐射的传播受靶厚影响较大。但是另一方面高阶谐波的强度和靶厚关系不大，这和我们在一维模拟中 (见图 2–3(a)、(c)) 的结论一致。从这里我们也可以看出靶后辐射的高阶成分和低阶成分的机制不同。

最后，在模拟中我们将靶倾斜放置来模拟激光斜入射的情况，其靶后谐波谱在图 2–7(d) 中给出。这里的几何关系决定了相对于靶，激光仍然是电场平行于入射面的 p 偏振态。此时我们发现各个角度的斜入射激光中都出现了明显的偶数次谐波，强度和奇数次相当。我们可以从谐波产生的选择定则 (见表 1–1) 中理解斜入射时产生偶数次谐波的过程。当 p 偏振激光正入射时，靶前只能激发奇数次谐

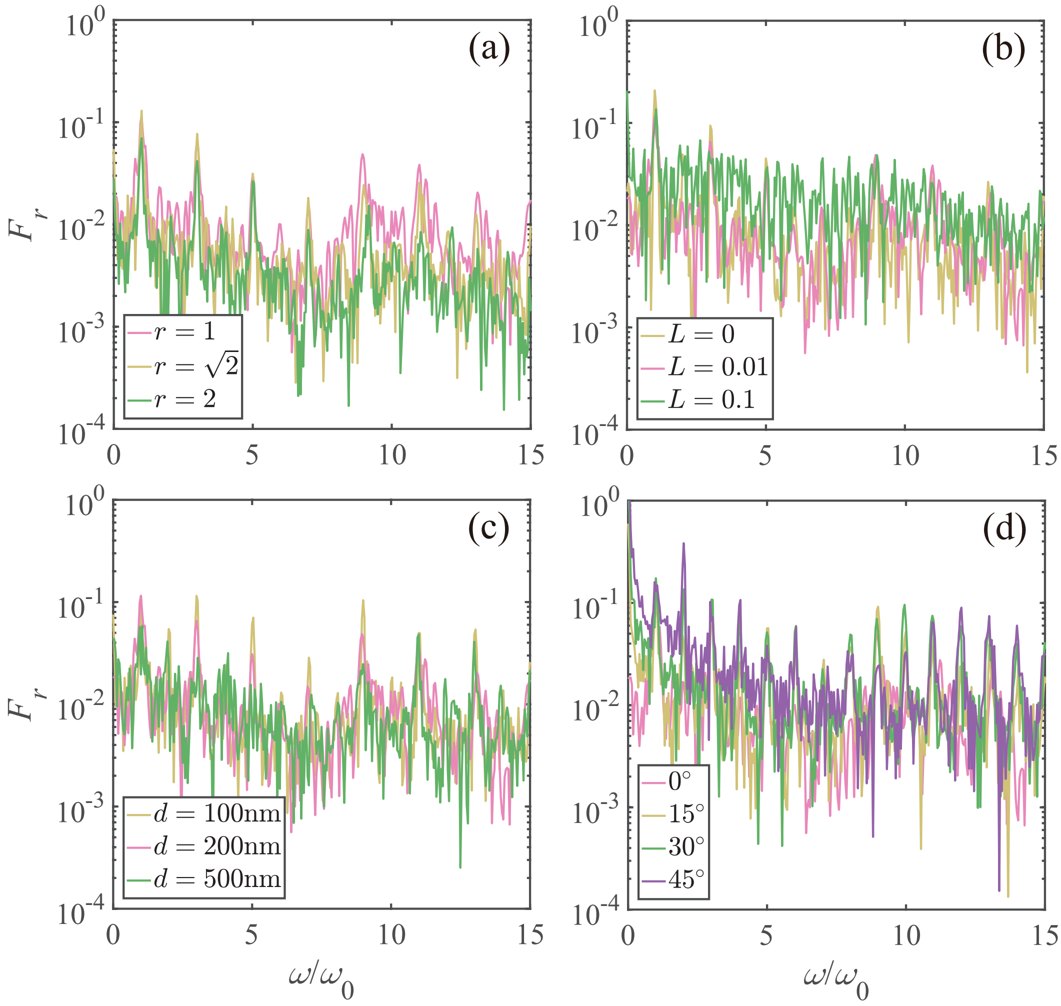

图 2–7 不同模拟参数下透射谐波的 FFT 谱对比。(a)2D 模拟中激光焦斑半径为 $r = 1$(品红)，$r = \sqrt{2}$(黄色) 和 $r = 2$(绿色)。(b)2D 模拟中密度标长为 $L = 0$(黄色)，$L = 0.01$(品红) 和 $L = 0.1$(绿色)。(c)2D 模拟中靶厚度为 $d = 100$ nm(黄色)，$d = 200$ nm(品红) 和 $d = 500$ nm(绿色)。(d)2D 模拟中激光入射角为 0°(品红)，15°(黄色)，30°(绿色) 和 45°(紫色)。所有品红色谱线来自于同一模拟。

Figure 2–7 FFT of transmitted wave for different parameters in the simulation. (a) 2D simulations with laser focal radius $r = 1$ (megenta), $r = \sqrt{2}$ (yellow) and $r = 2$ (green). (b) 2D simulations with scale length $L = 0$ (yellow), $L = 0.01$ (megenta) and $L = 0.1$ (green). (c) 2D simulations with target thickness $d = 100$ nm (yellow), $d = 200$ nm (megenta) and $d = 500$ nm (green). (d) 2D simulations with laser incident angle 0° (megenta), 15° (yellow), 30° (green) and 45° (purple). All lines with the megenta color are from the same simulation.

波，而斜入射时，可以同时激发 p 偏振的奇数和偶数次谐波。由于振荡的电流源产生的谐波也可以向透射方向传播，所以这样的选择定则也可以运用在透射谐波的解释中。同时由于二维效应，小于 ω_p 的谐波成分也可以产生，所以斜入射时出现了所有整数阶次的谐波分布。事实上我们在 s 偏振激光入射时也观察到了与表 1–1中选择定则相符的情况，即 s 偏振透射成分只有奇数次谐波，而 p 偏振透射成分中只有偶数次谐波。

2.3 本章小结

在本章中，我们研究了单束强激光和高密度等离子体相互作用中通过相干同步辐射 (CSE) 产生靶后谐波辐射的内容。在这一过程中，激光加速靶前表面电子，在电荷分离场和激光有质动力共同作用下这部分电子在靶前和靶后来回振荡，并在靶后产生谐波辐射。在一维模拟中，靶后可以观察到高于等离子体频率 ω_p 的奇数次谐波。当靶前密度标长增大时，高密度电子层的形成和加速被预等离子体抑制，谐波强度下降。在二维模拟中，由于此时电子在激光场作用下存在横向位移，靶内部电子密度分布在 $t > 5$ 后出现纵向成丝现象，因此靶后辐射相比一维结果产生了低于 ω_p 阶的奇数次谐波。我们发现低阶谐波强度在激光总能量不变时不随焦斑大小和归一化光强 a_0 改变，但是受到靶厚度影响较大。而高于 ω_p 阶的奇数次谐波的强度主要受归一化光强 a_0 影响，但是和靶厚度的关系却不大。预等离子体密度标长较小或不存在时，可以降低 SHHG 机制对激光能量的转化，因此有利于靶后谐波的产生。当激光斜入射时，靶后谐波出现了多个阶次的偶数次谐波，这和斜入射激光在反射方向的谐波产生选择定则相符。

第三章 超强相对论激光和近临界密度等离子体作用中辐射阻尼效应诱导的谐波产生

3.1 引言

电子在激光场中运动时会产生辐射，当光强较大时，一般情况下相应辐射光子的能量和数目都会增加，进而辐射出的能动量都会有较大的改变。由于动量守恒，电子会受到辐射出的光子的反作用，这种作用称为辐射阻尼。当辐射的能量和动量足够大时，辐射阻尼可以极大得改变强激光中相对论电子的运动，影响电子的能量、分布，产生新的电磁场结构等现象。在单束超强激光和等离子体相互作用中，辐射阻尼引起的电子捕获效应是最先受人们关注和研究的现象之一。吉亮亮等人发现当激光强度超过一定阈值后，辐射阻尼力的大小可以和激光横向有质动力平衡，使得电子被捕获在激光场中心区域，而不是在横向散开，形成高密度电子束 [160]。如图 3–1(a) 中所示，电子忽略辐射阻尼效应 (蓝色实线) 时，其在横向振荡后会向两侧散射。相反，当电子运动加入辐射阻尼效应 (红色实线) 后，相当一部分电子的轨迹会被约束在激光轴附近，原本向两侧的动量被辐射的光子带走。从图 3–1(b) 中可以看出，辐射光子的角分布方向主要集中在方位角为偏振面，极角向外张开约 15° 大小的方向，其动量方向大致与无辐射阻尼时中心电子的动量方向重合。进一步分析电子包含经典辐射阻尼力的运动方程 $d\boldsymbol{p}/dt = \mathbf{F}_{\mathrm{L}} + \mathbf{F}_{\mathrm{RR}}$，如果假设横向辐射阻尼力的大小可以和横向 Lorentz 力平衡，那么电子可以被捕获在激光场中心。基于这个假设，参考文献 [160] 给出了这一条件下激光强度的阈值 $a_{thr} \approx (r_0/r_e)^{1/3}$，其中 r_0 为激光焦斑大小，$r_e = e^2/mc^2$ 为电子的经典半径。如果是光学波段的激光，且 r_0 也为波长量级，对应的激光归一化强度 a_{thr} 约为 500，即 $a \geqslant a_{thr}$ 时，电子会发生辐射阻尼捕获现象。

在本章中，我们会介绍包含辐射阻尼效应时强激光和近临界密度等离子体相互作用中的一种新的谐波产生机制。等离子体中的电子被捕获在强激光场中后，会在激光场的作用下持续振荡，并不断辐射出高能 γ 光子，同时受到 γ 光子的反作用力。在辐射光子时，由于电子在 χ_e 较大时辐射概率也较高，所以电子在激光场一个周期内的两个峰值附近会有较大概率辐射。对于这部分电子来说，也会相应存在二倍频和其他低阶倍频的电流变化，由此产生低阶的谐波。目前这种方式产生的谐波阶次和强度还较低，但是在数值模拟中可以观察到辐射阻尼效应对其强度的显著影响，尤其在靶厚度较低时，2 阶、3 阶的谐波强度可以达到不包含辐射

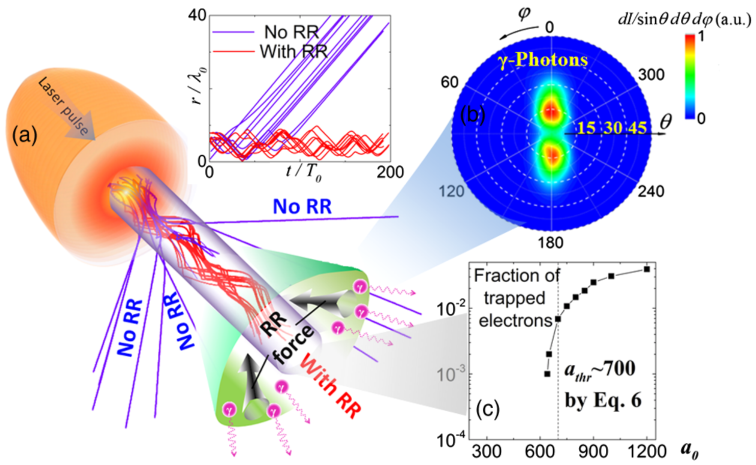

图 3–1 辐射阻尼捕获示意图。(a) 测试电子忽略 RR(蓝色实线) 和包含 RR(红色实线) 的轨迹。电子受到辐射光子 (波浪箭头) 的辐射阻尼力 (黑色箭头) 而被捕获在强激光区域。嵌入图为电子 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 随时间变化。(b)3 维 PIC 模拟中 γ 光子角分布。(c) 被捕获电子的比例随激光强度的变化。图片来自文献 [160]。

Figure 3–1 Schematic diagram of laser-plasma interaction in the regime of Radiation Reaction Trapping. (a) Trajectories of test electrons neglecting (blue solid lines) or including RR (red solid lines). Electrons are trapped in the high-laser-intensity region through the RR force (black arrow) induced by the emitted photons (wavy arrows). The upper panel shows the corresponding distance $r=\sqrt{x^2+y^2}$ of the electrons away from the propagation axis versus time. (b) The typical angular distribution of γ photons from 3D PIC simulations. (c) The relative fraction of trapped test electrons versus laser amplitude.

阻尼模拟中的 10 倍。尽管在实际应用中该强度仍然较弱，无法作为有效的谐波产生方法，但是这种机制为我们探测强激光等离子体相互作用中的辐射阻尼效应提供了新的诊断方法。

这里我们采用量子方法计算辐射阻尼效应对激光等离子体运动的影响，在计算完辐射 γ 光子的能量动量后从辐射的电子中扣除部分动量来实现辐射阻尼对电子的反作用，而没有额外在运动方程中加入 Landau-Lifshitz 力或其他形式的辐射阻尼力。在前文中我们介绍过量子辐射阻尼效应比经典辐射阻尼力的等效效果要弱，很多半量子的辐射阻尼力理论计算中加入了 $g(\chi_e)$ 因子的修正 ($g(\chi_e)<1$) 来减弱经典辐射阻尼力的大小 (见 1.3.1节)。在我们用到的参数中用量子方法计算辐射阻尼效应已经可以看到明显的电子捕获现象，针对电子用经典方法在运动方程中使用辐射阻尼力处理辐射阻尼效应的结果和用上述量子方法的结果差异并不大。除此之外，由于计算谐波时我们还需要计算电子辐射光子事件的频率，选取辐射光子计算辐射阻尼的方法是有明显的优势的，因为从经典方法的连续辐射中

我们无法有效统计电子辐射的频率和强度，只能观察其长时间的平均效应。综合来看，在我们的研究中计算辐射阻尼效应时，使用量子方法是有效并且有必要的。由于在本章的模拟参数下，激光光强还未达到足够高的强度使得正负电子对大量产生，因此我们忽略了这些过程，所以辐射的光子不参与后续的激光等离子体过程，在模拟盒子中不需要计算光子产生后的运动，这样不仅可以节省部分计算资源，同时由于光子不会跑出模拟盒子，也便于统计光子吸收的总能量和光子的其它信息。

3.2 程序部分模块功能改进

在本章中，我们仍然使用 EPOCH 程序作为模拟工具。由于在第 二章中，我们只利用了 EPOCH 中传统激光等离子体相互作用的功能，而本章中还会使用其中的辐射阻尼模块，并且在此基础上针对我们的需要对程序做一定的修改，添加新的诊断内容，因此我们在这里对这些内容予以介绍。EPOCH 是一款开源 PIC 程序 [94, 144]，程序中已经包含了辐射阻尼、正负电子对产生、QED 级联等效应的计算，虽然采用的不完全是场论中的方法，但是在实际模拟中，EPOCH 程序较好的兼顾了计算的准确性和效率，因此被广泛使用在本领域的研究中。在一些诸如电子自旋、散射截面等方面的问题上，程序采用了平均化处理后的粒子模拟，避开了较为繁琐的高阶散射矩阵或是对包含自旋信息电子的计算。然而我们在使用 EPOCH 程序过程中，发现部分感兴趣的信息在程序中缺少相应的诊断方法和输出，在后面的研究中，制约了工作进一步开展，因此修改 EPOCH 程序，加入我们需要的功能成了一项迫切的工作。事实上，在本研究小组的工作 [161] 中，已经用到了部分修改后的 EPOCH 程序的功能。从目前的效果看，我们的修改没有对程序本身计算的过程进行干预，只是通过改变程序中间变量输出方式的方法，添加新的诊断内容，也为对程序的计算量带来显著改变。希望在未来，我们的这些基础性改动能进一步方便使用者，使得他们可以更科学、深入地理解这些物理过程，并在此基础之上增加新的物理模块，做出更好的工作。

3.2.1 EPOCH 整体框架简介

EPOCH 是用 FORTRAN 语言编写的开源 PIC 程序，其中 PIC 的核心算法流程在 1.5节中已经详细介绍过，这里主要介绍一些重要文件的作用。

在解压后的源代码 source 文件夹中，shared_data.F90 是声明所有变量名称、类型、常数、文件标号等内容的文件。几乎所有关于 EPOCH 的修改都需要优先在此文件中定义参数的名称和初始值。deck 文件夹中所有文件都是读取输入文件

input.deck 的函数，是在输入文件 input.deck 中添加自定义变量必须修改的模块。io 文件夹中包含重要的程序输出诊断功能 diagnostics.F90 和 iterators.F90，针对程序隐藏变量的提取和输出的修改都在这两个文件中。photons.F90 文件主要用于程序 QED 模块的计算，包含非线性康普顿散射，BW 过程产生正负电子对等过程，同时涉及到正负电子对产生、QED 级联通道的开关可以在 photons.F90 文件中添加。

EPOCH 程序集成度较高，各个模块之间分工明确，但是想要独立修改部分功能很容易因为和其它模块产生互相调用、参数传递、数据结构不匹配等原因而出错，正所谓牵一发而动全身。因此在着手修改 EPOCH 之前，需要对程序本身有整体认识，对需要修改的模块负责的内容、用到的中间变量、参数调用传递的方法、输入输出的控制等深入掌握。这对做数值模拟的工作来说也是很好的学习工具。虽然我们要解决，要思考的主要是物理过程方面的原理、计算，但是熟悉了解程序运行过程，数值计算方法是进行正确科学研究的前提和基础。

3.2.2 EPOCH 中追踪粒子的方法

在 PIC 程序中，追踪粒子功能是一项较为重要的研究手段，多年来被研究者广泛使用。通过对被追踪的粒子种类（例如电子）标号，第一遍模拟计算后筛选出该种类中需要追踪的一部分粒子，再重新计算相同参数条件的模拟，同时输出这部分粒子每个计算步长的位置、动量、能量等信息，可以方便地研究这部分粒子的运动。在国际知名粒子模拟程序 OSIRIS 中，粒子筛选可以通过其在可视化软件 IDL 中集成的 VisXD 模块选择，是一种便捷，快速的筛选方法。然而在我们使用的包含 QED 模块的开源程序 EPOCH 中，可视化软件和程序本身的集成度还不高，没有现成的粒子筛选功能可以使用，如果想研究电子轨迹等依赖于全时间的粒子特征，需要自行开发一种粒子追踪的方法。

我们借鉴 OSIRIS 中粒子追踪的方法，先把所有电子标号并计算一遍模拟过程，完成计算后用后处理软件筛选出需要追踪的电子标号，再用同样的参数进行第二次模拟，同时输出每一计算步长追踪粒子的位置、动量等信息，计算完成后保存这些信息。同样的，若要在 EPOCH 中完成粒子追踪功能，也需要打开粒子标号功能先计算一遍模拟过程，这一步中可以只保存时间精度较低的粒子信息。然后筛选出需要的粒子标号，把它们的标号写入一个文本文件中，最后利用同样的参数再次运行修改后的 EPOCH 程序，同时输出这些标号粒子的每一计算步长的信息。

在第一遍运行 EPOCH 后，我们需要根据粒子信息进行筛选，把粒子标号保存在文本文件中。这一步我们是用后处理软件 MATLAB 实现的，筛选后文件的第

一行记录需要追踪的粒子总数，下面记录具体这些粒子的标号。需要说明的是这一步是建立在 EPOCH 每次运行分配的粒子标号相同的基础上的，由于我们已经验证过所以不加赘述。这里是如何在第一遍运行程序后，将筛选过的粒子标号写入文本文件的部分脚本：

```
%save particle IDs
total_number=length(well_particle_ID);
fid=fopen('particle_id_list.txt','wt');
fprint(fid,'%d \n',total_number);
fprint(fid,'%d \n',well_particle_ID);
fclose(fid);
```

接下来需要修改 EPOCH 程序，基本思想是让程序初始化时读取记录粒子标号的文本文件，然后在运行结束判断是否输出时比较粒子编号，把在文本文件中出现了编号的粒子的信息保存下来。同时输入文件 input.deck 也进行相应修改。我们首先需要在 setup.F90 文件中让程序读取筛选粒子的标号，并在内存中新建一个数组储存这些标号：

```
OPEN(unit=c_dump_file_part_id_in,file='particle_id_list.txt',action='read')
READ(unit=c_dump_file_part_id_in,fmt='(i16)') total_number
ALLOCATE(particle_ID(total_number))
DO current_number=1,total_number
    READ(unit=c_dump_file_part_id_in,fmt='(i16)') particle_ID(current_number)
ENDDO
CLOSE(unit=c_dump_file_part_id_in)
```

随后在程序诊断模块 diagnostics.F90 文件中添加筛选粒子功能：

```
#if PARTICLE_ID || PARTICLE_ID4
        IF (subset_list(1)%use_id_min &
            .AND. current%id .LT. subset_list(1)%id_min) &
                use_particle = .FALSE.

        IF (subset_list(1)%use_id_max) THEN
            current_min_val=MINVAL(ABS(particle_ID-current_min_val))
            IF (current_min_val .GE. 1) &
                use_particle = .FALSE.
        ENDIF
#endif
```

这里事实上我们把 EPOCH 程序中自带的根据标号大小筛选粒子的功能替换掉了，实际使用中在输入文件 input.deck 里加入 id_max=1 即可使用筛选功能。程序本身使用粒子筛选的方法是首先将所有粒子的 use_particle 变量标记为 true，随后对于不属于筛选范围 (例如大于某个预设值标号，或小于某一动量、能量等) 的粒子，将

其 use_particle 变量标记为 false。我们在这里沿用了程序中的方法，将不在筛选标号列表中粒子的 use_particle 信息也标记成 false，事实上是一种将新问题简化为另一个已知解决方法的问题的思路。事实上我们仍然可以通过更加有效率的方法对粒子标号进行筛选，例如先将需要筛选的粒子标号按大小排序，在比较是否筛选时可以按照有序的粒子标号快速寻找而不是现在求数组最值的方法进行筛选，但是这样做需要对程序整个筛选的逻辑再次优化。考虑到这样可能需要更扎实的计算机功底以及并没有对物理过程有更大的帮助，同时目前研究组内计算机算力相对充足，我们仍采用了便于理解、易于程序实现而对计算机算力要求较高的第一种办法处理粒子筛选的问题。

除此之外，需要指出的是目前我们这种追踪粒子的方法还是有局限性的：一是依赖于 EPOCH 程序自身，输出信息都是每隔一个或几个计算步长输出一个文件，无法像 OSIRIS 这种程序做到把所有时间点的粒子追踪信息全部集成在一个或有限的几个 raw 文件中，这样就导致 EPOCH 中追踪粒子的.sdf 文件非常多，传输和处理时对计算机性能有较高的要求；二是过程繁琐，每一步需要运行的 EPOCH 程序不一样，易造成人为出错，同时由于刚才提到的并没有对筛选过程做计算上的优化，我们在第二遍运行追踪的程序时间过长，比较占用计算资源，同样的模拟可能需要 1.5-2 倍的计算时间。对于.sdf 文件标号的问题，熟悉 FORTRAN 语言的研究者可以从程序输入/输出角度修改 EPOCH 的输出文件结构，使之可以集成在一个文件中，节省储存的文件数，提高后处理的效率；而想要系统性高效地实现追踪粒子功能，则需要对程序整体架构有所把握，从底层运行入手，从代码逻辑和执行效率入手，实现 EPOCH 的修改。这些将在今后的研究中进一步开发和优化，在当前阶段我们将更加着重于物理问题研究本身。

3.2.3 在 EPOCH 中加入对辐射事件和辐射能量的统计

在本章的研究内容中，需要在追踪电子过程中同时关注电子的辐射问题。而在程序中，电子的辐射具有量子效应，是离散的，具有一定随机性。同时由于数值模拟中计算辐射光子方式的限制，对于电子来说程序中每个时间步长内最多辐射一个光子。但是这种限制反而更加方便了从程序中对电子辐射光子事件本身的诊断过程。具体来说，在我们追踪感兴趣的电子时 (一般它们也是包含辐射阻尼效应时，被激光场捕获的电子)，同时记录下它们每个计算时间步长内是否辐射光子以及辐射光子的能量大小，这样就可以在追踪粒子的位置和动量信息时一并记录下这些辐射光子的信息。从程序的操作角度来看，我们需要在粒子类中添加两个新变量，一个用来记录电子累计辐射出的光子总数量，另一个记录电子辐射光子

的总能量，最后在后处理时经过差分，就可以得到每个电子在每个时间步长是否辐射光子以及辐射出光子能量的大小。这种方法在后续对辐射频率的分析和对辐射能量的统计时是非常有效的。

3.3 辐射阻尼效应诱导的谐波产生

3.3.1 模拟参数设置

接下来介绍具体的数值模拟工作。我们在模拟中使用的激光波长为 $\lambda_0 = 1\ \mu\text{m}$，$p$ 偏振，峰值归一化强度 $a_0 = 500$，约合 $3.4\times 10^{23}\ \text{W/cm}^2$，沿 x 轴正方向传播。这里 $a_0 = eE_L/m_e\omega_0 c$，e 和 m_e 分别为电子单位电量和质量，ω_0 为激光圆频率，c 为真空中的光速。激光纵向脉宽为 $\tau = 20T_0$，横向焦斑半径为 $r_0 = 5\lambda_0$，纵向和横向分布均为高斯分布。二维模拟盒子在 $x\times y$ 方向大小为 $80\lambda_0\times 40\lambda_0$，单个网格大小为 $0.01\lambda_0\times 0.05\lambda_0$。靶由全电离的电子和质子构成，初始密度为 $n_e = 20n_c$，其中 $n_c = m_e\omega_0^2/4\pi e^2$ 为驱动光频率对应的临界密度。在实际过程中，可以使用预脉冲将金属箔片或者泡沫材料靶全电离，热膨胀后达到预设的密度即可。靶初始左边界在 $x = 10\lambda_0$ 处，模拟中我们用了不同厚度的靶来探究其和谐波产生强度的关系。为了使辐射阻尼效应比较明显，在图 3–2(a) 中我们用辐射光子的能量在粒子总能量中的占比来 $E_\gamma/(E_\gamma + E_e)$ 定义辐射阻尼的大小，做出了几组不同激光和靶密度参数下的比值。我们发现等离子体密度在相对论近临界密度附近时，辐射光子能量占比较大。因此在我们选择的激光和靶参数下，辐射阻尼效应是比较显著的。这一结论和在研究辐射阻尼效应中的高能 γ 光子产生中的大部分工作一致，靶密度在临界密度附近时产生的 γ 光子数量和能量都比较大。同时作为对比，我们还打开了程序中 BW 机制产生正负电子对的通道，计算了其中正负电子对总能量在所有粒子能量中的占比 $E_{pair}/(E_{pair} + E_\gamma + E_e)$(见图 3–2(b))。可以看出，在所有的光强和等离子体密度参数下，正负电子对的能量占比均不超过 4%。事实上，在单束激光和等离子体靶相互作用过程中，可观的正负电子对产生需要强度更大的激光 [162]，或者通过 BH 机制在高密度高 Z 靶中产生 [128]，所以在本章后续的所有模拟中，我们均忽略了正负电子对产生。

3.3.2 数值模拟结果和辐射阻尼效应诱导的谐波产生

在研究辐射阻尼效应引起的谐波产生之前，我们先来看 $a_0 = 500$ 的单束强激光和近临界密度等离子体相互作用的动力学过程。我们用相同的激光等离子体参数分别计算了靶厚 $50\lambda_0$，包含和不包含辐射阻尼时 $t = 40T_0$ 时刻对应的电子密度和电场空间分布，如图 3–3所示。无论哪一种情况，开始时电子在横向和纵向均被

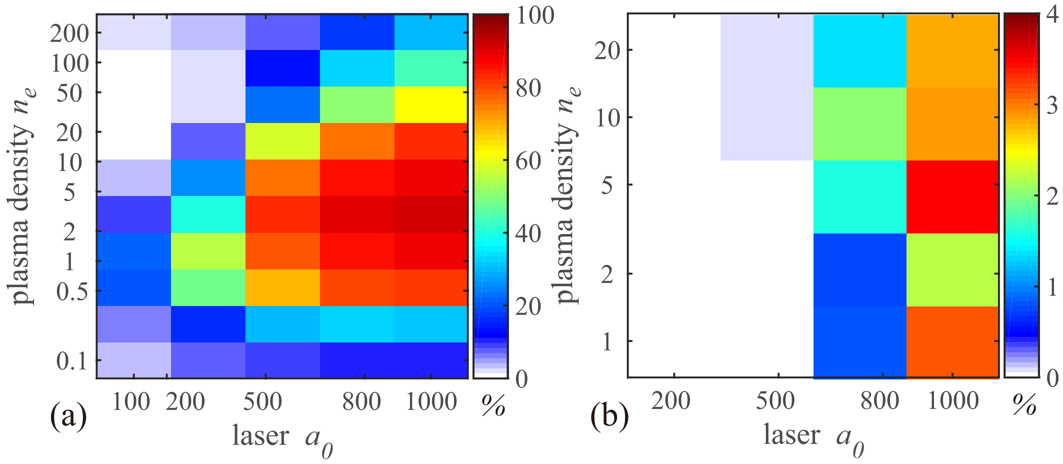

图 3–2 (a) 单束激光和等离子体相互作用中 γ 光子能量占比 $E_\gamma/(E_\gamma+E_e)$ 随场强和等离子体密度的关系。(b) 正负电子对能量在所有粒子能量中的占比 $E_{pair}/(E_{pair}+E_\gamma+E_e)$ 随场强和等离子体密度的关系。

Figure 3–2 (a) γ photon energy ratio $E_\gamma/(E_\gamma+E_e)$ in single laser incident interactions for different intensity and plasma density parameters. (b) Electron and positron energy ratio $E_{pair}/(E_{pair}+E_\gamma+E_e)$ to all particle energy with respect to laser intensity and plasma density.

激光有质动力排开，在等离子体中心形成了密度空腔，空腔边界处有高密度电子层的堆积。不同的是，打开辐射阻尼通道时，在激光场中心有部分电子被捕获并在横向振荡，最终在靠近 $y=0$ 中轴线上集中。这种电子捕获效应在关闭辐射阻尼后就不存在了，这部分动力学特征与前人的研究结果相似 [160]。除了电子捕获效应外，模拟中我们还发现包含辐射阻尼效应后激光前沿出现了更明显的不稳定性，驱动光被分成了三叉向前分别传播。这种现象在快点火过程的激光等离子体相互作用中也出现过 [163, 164]，但是这里我们发现在包含辐射阻尼的模拟中，激光分叉现象更早出现，等离子体空腔尖端的横向的尺寸也更大。

除了被捕获电子在激光场内的强烈振荡外，从文献 [160] 中我们看到相互作用中由电子辐射的光子同时具有向前和向两侧的动量，这等效来看就对电子施加了向后和向内的辐射阻尼力，所以大部分的辐射电子会被捕获在激光中心区域并在激光场的作用下有横向和纵向运动。这种等离子体分布也使得对激光能量的吸收相比于无辐射阻尼时更加有效。与传统等离子体中激光吸收主要来自于激光前部的烧蚀作用不同，在包含辐射阻尼的模拟中，有效的激光能量吸收区域变大了。为了分析激光能量的变化，尤其是不同部位激光被吸收的不同，图 3–4(a) 到 (d) 中我们分别做出了包含辐射阻尼 ((a)、(b)) 和不包含辐射阻尼 ((c)、(d)) 模拟中对应的激光能量密度空间分布，其中 (a)、(c) 为 $t=30T_0$ 时刻，(b)、(d) 为 $t=50T_0$ 时刻。

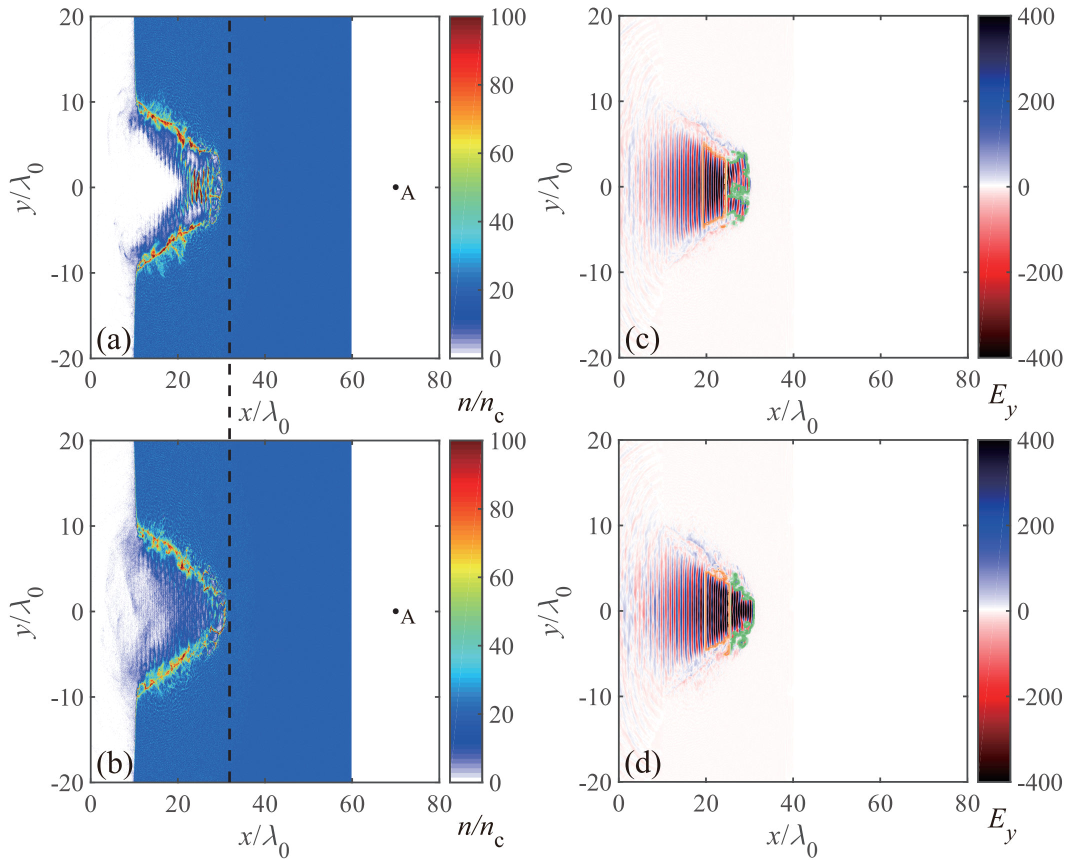

图 3–3 (a)，(b)$t = 40T_0$ 时刻电子密度空间分布，其中 (a) 中包含辐射阻尼，(b) 中不包含。A 点为下文中用到的电磁场探测点。(c)，(d)$t = 40T_0$ 时刻电场空间分布，其中 (c) 中包含辐射阻尼，(d) 中不包含。绿色和橙色区域分别为激光前 1/4 和 1/4 到 1/2 区域。这里靶厚度为 $50\lambda_0$。

Figure 3–3 (a), (b): Spatial electron density distributions at $t = 40T_0$ for the cases with RR (a) and without RR (b), respectively. A is the EM wave detection point used below. (c), (d): Laser field distributions at $t = 40T_0$ for the cases with RR (c) and without RR (d). The green and orange region are the laser first and second quarter. The target thickness used here is $50\lambda_0$.

从图中可以看出 $t = 30T_0$ 时激光等离子体相互作用刚开始发生，等离子体还未与主激光脉冲接触，(a)、(c) 中激光场的分布类似。而当 $t = 50T_0$ 时激光能量分布就有了明显差别。首先，代表激光场区域大小的黑色等高线在不包含辐射阻尼时更靠前，这说明无 RR 时激光打洞速度更快，和激光相互作用的等离子体范围更大。其次我们发现激光能量在横向上的分布在图 3–4(d) 中无 RR 时仍然近似是高斯分布，而图 3–4(b) 中有 RR 效应对应的激光横向能量峰值远低于 (d)，在有 RR 时激光能量的吸收更快，激光能量的耗散不只是在激光边界处，在中心区域可能有新的能量吸收通道。

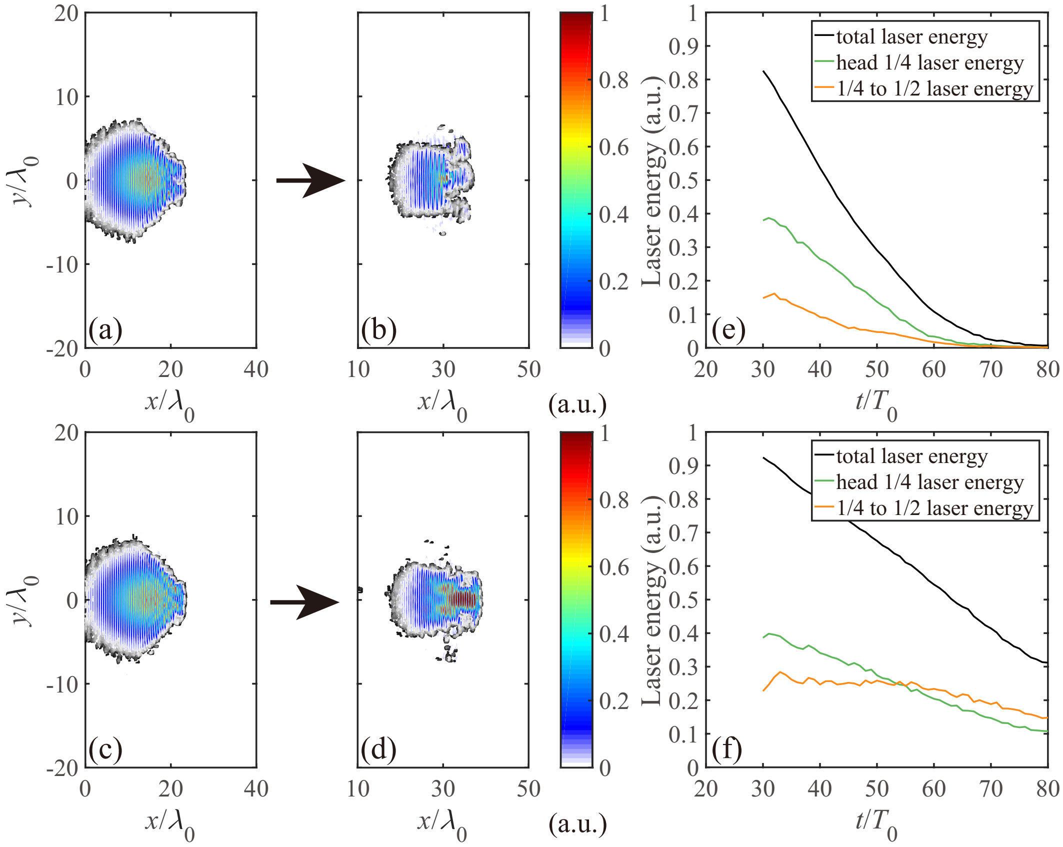

图 3–4 (a)，(b)：包含辐射阻尼时 (a)$t = 30T_0$ 时刻和 (b)$t = 50T_0$ 时刻激光能量密度空间分布。(c)，(d)：同 (a)，(b)，但是为不包含辐射阻尼的情况。(a)-(d) 中黑色等高线为激光场区域。(e)，(f): 包含 (e) 和不包含 (f) 辐射阻尼情况下激光总能量 (黑线) 及不同部分能量 (彩色线) 随时间的变化。

Figure 3–4 (a), (b): Laser energy density spatial distribution at (a)$t = 30T_0$ and (b)$t = 50T_0$ for the case with RR. (c), (d): Same as (a) and (b) but for the case without RR. Black contour lines in (a)-(d) are the laser area. (e), (f): The temporal evolution of the total (black lines) and different part (colored lines) of the laser energy for the cases (e) with RR and (f) without RR.

为了更明显得观察和区分有和无辐射阻尼效应下的激光能量吸收过程，我们在图 3–3(c) 和 (d) 中根据 $t = 40T_0$ 激光区域大小用绿色和橙色竖线分别标记出了激光前 1/4 和 1/4 到 1/2 区域。相应的，图 3–4(e) 和 (f) 中我们给出了包含和不包含辐射阻尼效应时这两部分的激光能量随时间的变化。这里模拟盒子中激光总能量用黑线表示，绿色和橙色分别表示激光前四分之一和第二个四分之一的能量。对于包含辐射阻尼的图 3–4(e) 来说，激光能量成指数趋势下降，比图 3–4(f) 中不包含辐射阻尼效应时的线性下降速度快很多，两条彩线代表的激光部分能量也在同时下降。然而，不包含辐射阻尼效应时激光第二个四分之一部分的能量 (见图 3–4(f) 橙色线) 在很长时间内几乎没有减少，这说明这一区域没有激光吸收发生。这一现象从电子密度的分布图 3–3(a) 和 3–4(b)、(d) 的对比中也可以发现，辐射阻尼效应中被捕获电子恰好在激光第二个四分之一区域，这部分激光能量是被捕获电子吸收的。由于激光强度也较高，由被捕获电子辐射的高能光子对电子的反作用可以改变电子的运动轨迹。在某些情况下，当这种反作用有一定的周期性时，就可以在等离子体内产生谐波电流并引起谐波辐射。下面我们就重点研究其中的低频谐波辐射如何产生和传播。

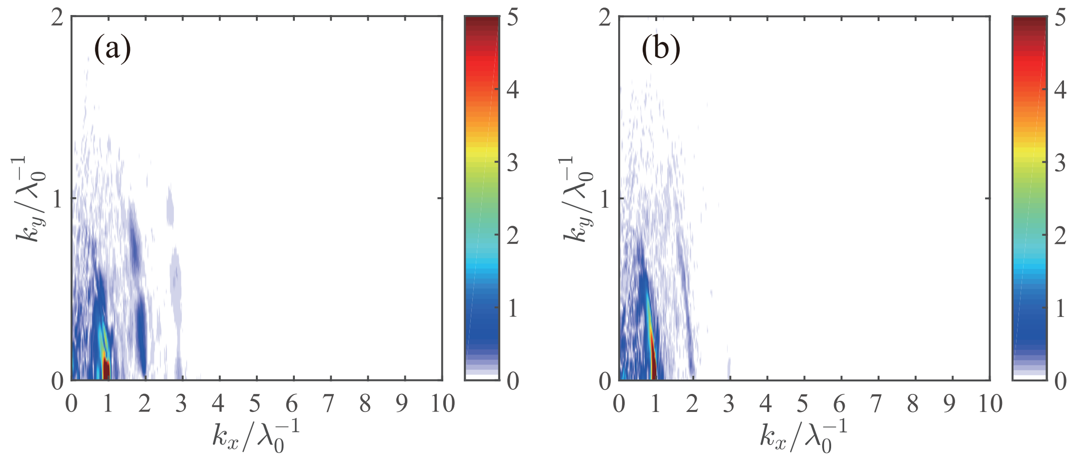

图 3–5 包含辐射阻尼 (a) 和不包含辐射阻尼 (b) 在 $t = 40T_0$ 时刻的横向电场 E_y 空间 Fourier 变换。这里的靶厚度为 $30\lambda_0$

Figure 3–5 Spatial Fourier transform of transverse electric field E_y at $t = 40T_0$ for the cases (a) with RR and (b) without RR. The target thickness used here is $30\lambda_0$.

首先我们从电磁场的空间 Fourier 变换入手分析模拟中是否有谐波产生。图 3–5(a)，(b) 中我们分别给出了 $t = 40T_0$ 时刻包含和不包含辐射阻尼时横向电场 E_y 的空间 FFT。由于主激光是在 x 轴方向从左向右传播的，所以两者的主要强度都集中在基频 $k_x = 1$ 附近，传播方向略有调制。图 3–5(b) 中 FFT 谱的强度和范围均比

(a) 中大，这和有无 RR 时激光能量的分布 (图 3–4) 的结果是一致的，无 RR 时等离子体只能从激光头部吸收能量，激光中后段没有明显能量吸收，因此无 RR 时基频谱的强度比有 RR 时高。除了基频成分外，电场强度的空间 FFT 还在 $k_x = 2$ 和 $k_x = 3$ 附近出现了一定强度的谐波成分，无 RR 时 $k_x = 3$ 较弱，这说明在模拟中产生了 2 阶和 3 阶的谐波，其中在靶厚为 $30\lambda_0$ 时，包含辐射阻尼的谐波强度更强。

在以往关于传统气体高次谐波或固体靶高次谐波的研究中，一般都是用探测点或面关于时间的电场值进行分析的，因此只有关于空间的电场 FFT 并不全面。这里我们选择靶后坐标为 (70，0) 的 A 点 (在图 3–3(a) 和 (b) 中标出) 来探测模拟中关于时间的电磁场。图 3–6(a) 中我们给出了探测点 A 在包含 (品红色) 和不包含 (灰色) 辐射阻尼情况下右向传播电磁场对应的 Fourier 变换谱。由于数值模拟中选取的时间间隔约为激光周期的 1%，所以频谱的范围并不大，只选取了小于 10 阶的谐波。这里选取的靶厚为 $30\lambda_0$，此时对应的谐波强度较强。右向传播电磁场的定义为 $F_r = (E_y + B_z)/2$，其中 E_y，B_z 分别为 p 偏振横向电场和磁场的强度。从图 3–6(a) 中我们可以看到两个模拟中都出现了 2 阶和 3 阶的谐波分量。同时对于 $30\lambda_0$ 的薄靶，包含辐射阻尼中的谐波强度比不包含中的强。

在比较谐波强度时，我们在模拟中发现不同厚度的靶对包含辐射阻尼效应中的谐波强度有比较大的影响。为了排除干扰，我们只截取了每个谐波谱中的 2 阶和 3 阶强度分量。在图 3–6(b) 中我们给出了 2 阶和 3 阶谐波强度随厚度的变化。这里包含辐射阻尼的强度用实线表示，不包含用虚线表示。可以看到不包含辐射阻尼的模拟中，2 阶和 3 阶谐波强度随厚度均没有太大变化。与此不同，包含辐射阻尼的谐波强度在靶较薄时远高于不包含中的强度，而当靶变厚时，探测点的谐波强度快速下降。这主要是因为考虑辐射阻尼时激光能量被快速吸收，打洞深度变小，随后谐波产生后需要穿透更长的等离子体距离才能到靶后的探测点。当靶厚为 $50\lambda_0$ 时，包含辐射阻尼对应的谐波几乎消失。

3.4 辐射阻尼诱导谐波产生的机制探究

传统的激光固体靶高次谐波一般是由固体表面电子在激光场中的振荡产生的，由于激光无法穿透等离子体，探测点一般选在反射方向，并且谐波强度和阶次及探测角度有一定的依赖关系。而我们这里激光是正入射，探测点选在了靶后，同时激光的强度足够强，不能把离子视为不动的背景正电荷，所以不能简单的套用同样的理论从分析电子运动角度来分析谐波产生。从上面的模拟结果分析，我们看到无论是否存在辐射阻尼效应，低阶的谐波均有一定强度，尽管此时仍有很

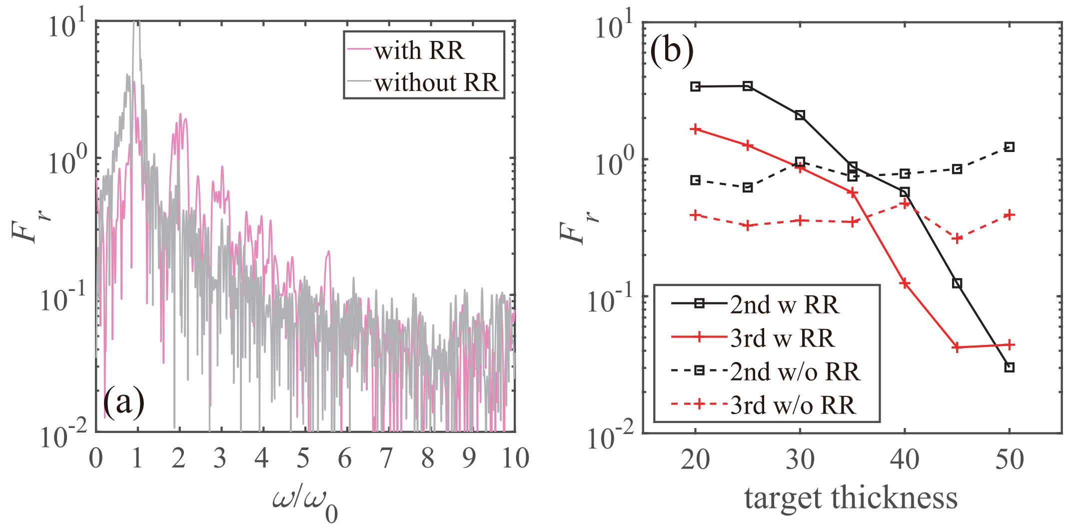

图 3–6 (a) 探测点 A 右向传播电磁场的 Fourier 变换，品红色和灰色线分别为包含和不包含辐射阻尼情况。这里的靶厚度为 $30\lambda_0$。(b) 包含 (实线) 和不包含 (虚线) 辐射阻尼情况下对应的 2 阶 (黑色) 和 3 阶 (红色) 谐波的强度随靶厚的变化。

Figure 3–6 (a) Fourier transform of the right-propagating field component at detection point A for the cases with RR (magenta line) and without RR (gray line). The target thickness used here is $30\lambda_0$. (b) The intensity of 2^{nd} (black lines) and 3^{rd} (red lines) harmonic components for the cases with (solid lines) and without (dashed lines) RR with respect to target thickness.

大一部分噪音的干扰。在靶较薄时，辐射阻尼效应对激光等离子体中的谐波产生是有增强效果的。这说明辐射阻尼效应很有可能在 2 阶和 3 阶谐波产生上具有和传统激光等离子体中谐波产生不同的新机制。此参数条件下等离子体中的谐波产生主要是由于电子运动中的电流密度改变诱导的，因此首先我们从横向电流 J_y 的分布入手，看辐射阻尼效应对电流分布有何影响。在图 3–7中我们分别做出了 $t = 40T_0$ 时刻包含和不包含辐射阻尼模拟对应的电流 J_y 的空间分布。中心的灰黑色等高线为此时对应的激光场边界。图中可以看到，在两者中激光场边界处由于有大量电子堆积，电子密度较高，和电子密度高度相关的电流密度也很强。不同的是在包含辐射阻尼的图 (a) 中，激光场中心捕获电子区域的电流密度也很大，这是因为本身被捕获区域的电子的横向振荡产生了大量电流分布。如果这里电流随时间的变化也是可观的并且满足一定的相干机制，我们就可以说由于辐射阻尼机制和其产生的捕获电子效应增强了相应的谐波产生。

事实上，从电磁场的波动方程来看，其频率形式是由电流随时间的变化 $(\partial J/\partial t)$ 决定的，因此电流谱也可以反映一部分辐射场的性质。在图 3–8中我们给出了靶厚为 $30\lambda_0$ 时激光等离子体相互作用范围内三个点 (18，3)，(27，1) 和 (40，0) 电流

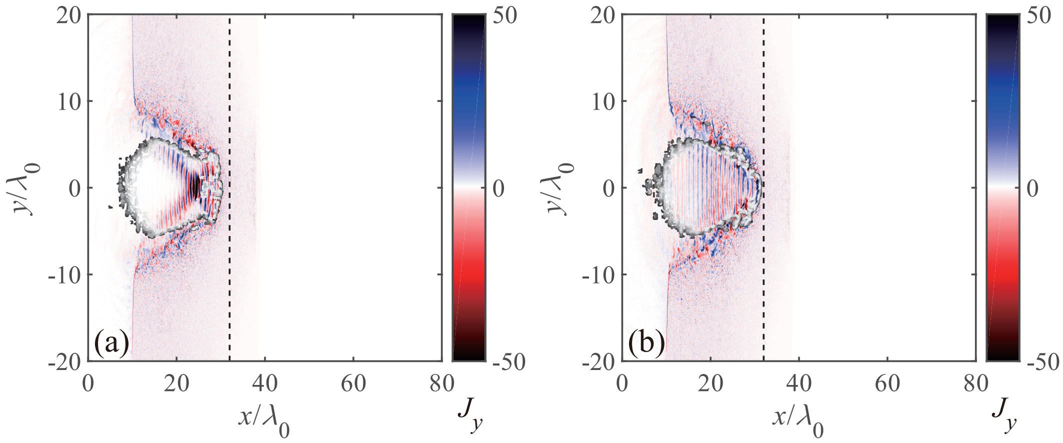

图 3–7 (a) 包含和 (b) 不包含辐射阻尼情况下电流场在 $t = 40T_0$ 时刻的空间分布。中部等高线为此时激光场区域，虚线为 $x = 32\lambda_0$ 位置，对应 (b) 中的激光前沿位置。

Figure 3–7 Spatial distributions of electric current density at $t = 40T_0$ for the cases with RR (a) and without RR (b). The contour lines denote the boundary of the laser field area and the dashed lines denote the locations $x = 32\lambda_0$, which corresponds to the laser front in (b).

密度对应的 Fourier 变换后的频率谱 FFT，这是因为对比其它位置的电流 FFT，在相互作用范围内的电流比较强。图中我们可以观察到包含辐射阻尼时较强的低阶谐波成分。但即便如此，电流谱和靶后探测点的电场强度 FFT(图 3–6(a)) 相比，噪音仍然较大。虽然电流变化对谐波产生是有效的探测手段之一，但是这里我们仍然需要挖掘在辐射阻尼背景下谐波产生更深层次的机制。

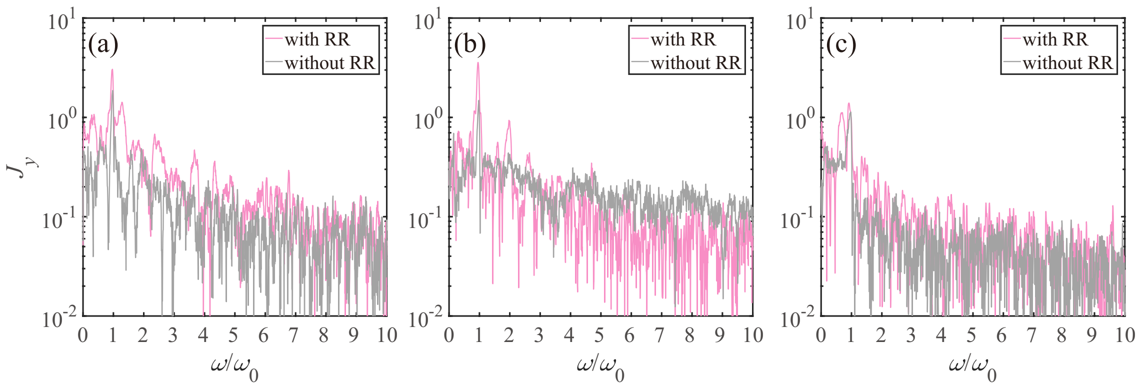

图 3–8 激光等离子体相互作用区间内三点 (a)(18，3)，(b)(27，1) 和 (c)(40，0) 的横向电流 J_y 对应的 FFT 谱。这里的靶厚度为 $30\lambda_0$

Figure 3–8 The FFT spectra of transverse current densities J_y at points (a) (18, 3), (b) (27, 1) and (c) (40, 0), which locate in the laser plasma interaction region. The target thickness used here is $30\lambda_0$.

3.4.1 高能光子辐射事件

无论是激光固体靶产生的表面高次谐波还是低强度激光在气体靶电离时产生的高次谐波，其机制都是通过电子的运动分析电流变化来分析谐波的产生，区别仅仅是电流变化是电子在等离子体中的运动产生的还是电子在原子中电离产生的。因此在我们的模型中也需要在加入辐射高能 γ 光子模块的等离子体中考虑电子的运动及电流变化。由于计算中我们采用了量子辐射阻尼的模型，程序中用辐射光子带走部分电子动量的方法来计算辐射阻尼效应，这样电子的辐射就是离散的，在有辐射时电子的运动状态会突变，进而产生电子动量和电流的突变。首先我们从电子的运动轨迹出发探究辐射阻尼机制如何增强等离子体中的谐波产生，在图 3–9(a)，(b) 中我们追踪了捕获区域的两个特征电子，并画出了它们的轨迹。从它们的轨迹可以看出电子先被激光有质动力向两侧排开，随后在横向振荡并向前运动。同时，它们也因为辐射的反作用力而损失横向向外的动量，被限制在激光场中，与图 3–1中关于被捕获电子的轨迹分析类似。这里从电流的角度考虑，每当电子辐射高能光子时，电子随即损失了能量和动量，同时电子对应的局部电流也产生了突变。这种突变如果可以以相干形式叠加，就能诱导出强的谐波产生。

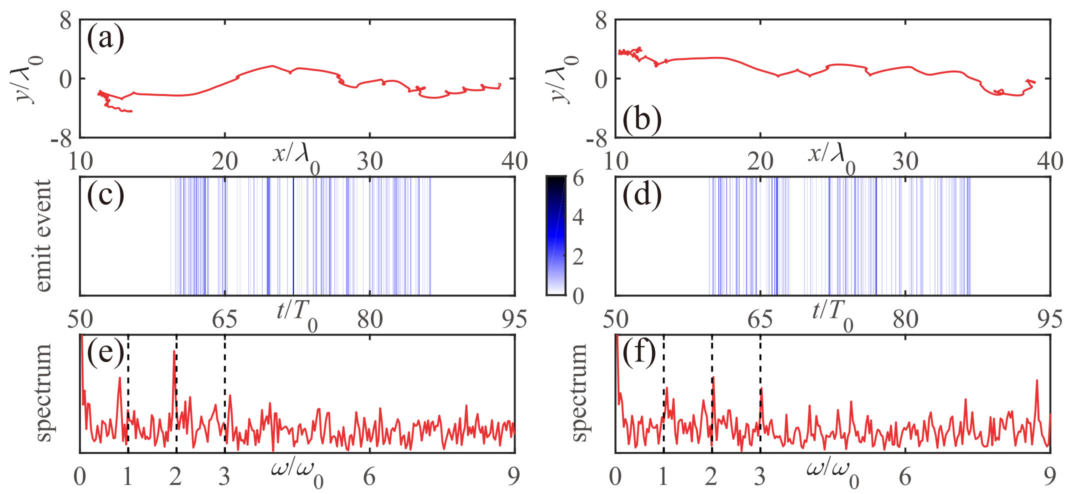

图 3–9 包含辐射阻尼的模拟中两个被捕获电子的轨迹 ((a) 和 (b))，高能光子辐射事件 ((c) 和 (d)) 和对应的辐射事件 FFT((e) 和 (f))。

Figure 3–9 Typical trajectories ((a), (b)), High Energy Photon Emission Events ((c), (d)) and the corresponding FFT of the emission event ((e), (f)) for the two selected trapped electrons in the simulation case with RR.

为了详细分析这一过程，在 EPOCH 程序中我们在粒子类中加入了高能光子辐射事件 (High Energy Photon Emission Event, HEPEE) 这一新描述变量。在运行追

踪粒子模块时，我们把程序中每一模拟时刻被追踪粒子的位置，动量以及对应的累计辐射次数和累计辐射能量都记录下来，这样通过差分就可以知道粒子在每一模拟时刻是否辐射光子以及辐射光子的能量、动量大小 (详见本章 3.2.3小节)。由于数值模拟中光子辐射模型的限制，即每个计算步长内最多只有一次光子辐射事件，因此无法把两次辐射的时间间隔进一步缩小。因此我们可以对单个电子统计出一组如二进制代码一般的辐射事件谱，只包含 0(代表不辐射光子) 和 1(代表辐射光子) 两种状态，如示意图 3–10(a) 所示，每个时间步长中至多有一次辐射，辐射关于时间的实际关系可以统计成图 3–10(b) 中显示的阶梯状 0-1 分布。但是从这样计算出的辐射事件谱中很难看出光子辐射的特征频率，所以我们把 HEPEE 的原始 0-1 二进制代码进一步分析处理，按照 6 个相邻的时间间隔合并，这样采样精度降低了 6 倍但是同时辐射事件的信号强度不再是简单的 0 和 1，而是在 0-6 之间分布，信号强度的区分度更加明显。其合并后的辐射示意图如图 3–10(c) 所示，实际过程中相应的辐射次数随时间的分布可以参考图 3–10(d)。

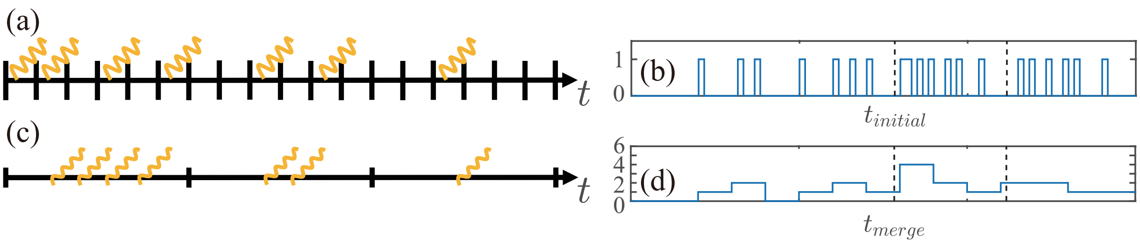

图 3–10 电子辐射高能光子事件随时间关系的 (a) 示意图和 (b) 阶梯分布。合并后的电子辐射事件与时间关系的 (c) 示意图和 (d) 阶梯分布。(b) 和 (d) 中的虚线区域对应示意图 (a) 和 (c) 的分布。

Figure 3–10 (a) Schematic diagram and (b) stairs distribution of the relation for High Energy Photon Emission Event of electrons and time. (c) Schematic diagram and (d) stairs distribution of the relation for High Energy Photon Emission Event of electrons and time after merging of HEPEE. The dashed areas in (b) and (d) correspond to the distribution in the schematic diagrams (a) and (c).

针对捕获区域的电子，我们可以把每一个电子辐射高能光子事件经过合并处理后的信号做出其相应的 FFT 谱，然而通过这样地简单操作后，我们并没有从中发现任何频率成分的辐射信号。这是因为电子每次辐射的位置是不同的，而电子辐射光子后，局域的电流变化传输到探测点的时间也因为这些局域电流位置的不同而不一致，因此需要把电子每次产生 HEPEE 的时间转换成探测点接收到辐射信号的推迟时间 t_{ret}，而不是 γ 光子发射时对应的实验室参考系的时间 t_e。对于探测点 A，其接收到辐射信号的推迟时间应为 $t_A = t_{ret} = t_e + |\boldsymbol{r}_A - \boldsymbol{r}_e|/c$，这里 t_e 为实验室参考系中辐射光子的时间，$\boldsymbol{r}_A$ 和 $\boldsymbol{r}_e$ 分别为辐射探测点 A 和光子被辐射时

的位置坐标。我们把经过辐射次数合并及修改成推迟时间这两步处理后两个特征捕获电子产生的辐射事件图像在图 3–9(c)，(d) 中给出。为了从整体上观察合并后的高能光子辐射事件，我们没有使用阶梯状的分布来绘制这两个电子对应的辐射次数与推迟时间的关系，而是采用了伪彩图形式的条形码，横轴为推迟时间，条形码颜色的深浅表示合并后的辐射次数，即图 3–10(d) 中对应的高度。同时我们发现这种条形码形的分布从侧面反映了数值模拟中辐射光子事件的随机性特征。在图 3–9(e)，(f) 中我们做出了这两个电子辐射事件对应的 Fourier 频率变换的强度谱，可以看到除了与驱动激光相同的基频外，电子还以二倍和三倍激光频率辐射光子，这对应 2 阶和 3 阶的谐波产生，其中二倍频辐射的信号较强。这种二倍频辐射可以理解为电子在一个激光中的两个电场峰值处，这个位置对应的电子 χ_e 值较大，因此有较高概率产生辐射，这就会导致电流的二倍频谐波成分。

这里在包含辐射阻尼效应的模拟中，我们可以将谐波辐射总结为是由 HEPEE 引起的电流变化 $\partial J/\partial t$ 产生的。部分相互作用区域内的电子在辐射高能光子后动量发生改变，同时电流也有变化。辐射电子在所有电子中只占一小部分，因此引起的电流变化在背景电流中也较小，产生的谐波辐射较弱。但是这部分谐波辐射已经可以和没有辐射阻尼效应时的模拟区分开来。

需要说明的是，在处理电子高能光子辐射事件时，我们采用了相邻六个步长进行合并。从物理层面来看，谐波中出现二倍频或者三倍频和选取六作为合并步长的特征参数是没有关系的。事实上我们在实际操作中，如果选取的合并步长是五或者七或其它一些特征量，部分电子的辐射事件谱仍然存在二、三倍频振荡成分。从程序计算而言，EPOCH 程序对于我们输入的网格参数和等离子体参数选择的时间步长约为 $1/107T_0$，合并后的电子辐射事件时间步长间隔约为 $1/18T_0$，可以分辨较低阶频率的振荡。此外，如果合并的步长太少或者不合并，会使 FFT 谱过于平缓，找不到特征辐射频率；如果合并的步长过多，则会造成合并后时间精度过低，无法区分阶次较大的谐波强度，例如合并相邻十个步长，则相应电子辐射事件只有 $1/11T_0$ 的采样率，对于三阶谐波每个周期只有不到四个采样点。如果计算机条件允许，增加每个网格内的宏观粒子数和选取较密的网格划分和相应的数值时间间隔是对谐波探测最有效的方法，可以极大降低辐射谱中的噪音。

另一种想法是在程序计算时从诊断角度直接提取每个电子在每个计算步长的辐射概率，这样尽管从采样时间角度来看是离散的，但是知道了每步的辐射概率，可以近似看成一种“连续”分布，后续对于这样的辐射事件的概率做分析。这种计算看似可以加深对于电子辐射频率的理解，可能从结果上来看比我们现在的方法更好，但是从量子力学的角度来思考，这种诊断更像是对于辐射事件的观测，是对

中间状态的直接测量，可能会导致其量子态的坍缩。从时间序列的角度来看，每次辐射与否都对后续的电子运动状态有所影响，而直接提取程序中的辐射概率并不能与实际计算中的辐射事件划等号，需要更加完善的统计方法来分析其中电子辐射概率、电子辐射事件的频率特征。此外，直接提取的概率并不能计算此次辐射的能量大小，这样也就无法计算所有电子辐射的强度叠加 (如下文中图 3–11(a) 所示)。因此综合考虑，我们选取了一种目前较为方便又行之有效的分析方法来处理高能光子辐射事件的频率。这样合并后虽然相应的信息熵增加了，但是仍然得到了我们需要的结果。

3.4.2 辐射阻尼效应诱导谐波产生的机制

对于捕获区域的每个电子，辐射阻尼引起的 HEPEE 都会产生类似的 2 阶或者 3 阶辐射频率成分。但是根据高次谐波产生的理论，只有体系内辐射谐波的电子以一定方式相干叠加才会有可观的谐波产生被探测到。为此，在图 3–11(a) 中我们把所有被捕获电子对应辐射光子的能量叠加。这里辐射光子的能量一定程度上可以反映电子在辐射阻尼效应中损失动量的大小。同时和 HEPEE 谱的计算一样，这里横轴我们也仍然采用相对于探测点 A 的推迟时间。从图中我们可以看到累积的辐射能量演化的包络和激光脉冲的高斯形包络非常相似，其中还包含了周期性的峰和谷。这说明捕获电子的 HEPEE 一定程度上是有相干性的。图 3–11(b) 是 (a) 对应的 Fourier 变换频谱，不难看出整个辐射谱主要集中在基频，同时二倍和三倍均有一定的强度。这种谱可以看做类似图 3–9(e)，(f) 中电子辐射 HEPEE 谱的相干叠加。由于大部分辐射都是由驱动光的相位锁定的 (如在激光电场的峰值附近辐射)，所以相应的电子运动也由激光调制并锁相。大量电子的集体动量改变引起了局部电流的变化，而电流变化的频率又是从 HEPEE 中继承的，从而引起相应频率的谐波产生。

我们可以把这里由辐射阻尼中辐射光子效应引起的谐波产生同中等强度激光在气体等离子体中引起的高次谐波产生联系起来 [165]，这样可以解释辐射阻尼中谐波产生的相干机制。在气体电离产生高次谐波的三步模型理论中，原子中的电子首先被激光场电离，随后吸收激光能量，在下半个激光周期做加速运动，期间有一定概率重新被原子束缚，释放能量并产生高次谐波辐射 [37]。而在我们的包含辐射阻尼效应的强激光和等离子体相互作用中，自由电子产生的高能光子辐射过程可以和在气体原子中的电子电离过程相类比。这两个过程中都产生了局部电流的改变，不同的是我们这里的谐波产生不是由于激光场中加速电子的电离过程激发的，而是由电子通过辐射阻尼过程“电离”出高能光子激发的，即辐射阻

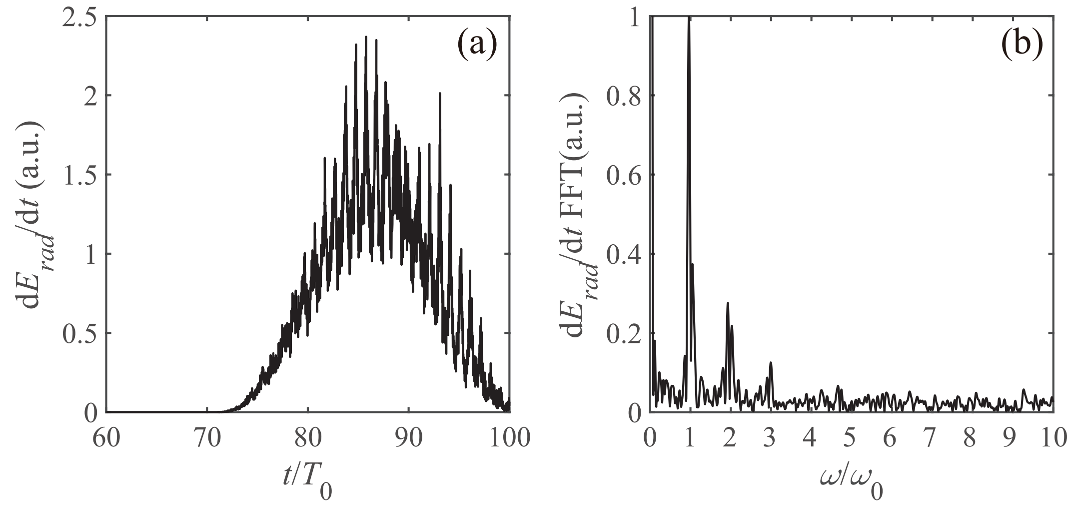

图 3–11 (a) 所有被捕获电子辐射能量随时间的变化和 (b) 相应的 FFT 谱。这里 (a) 子图的横轴已经转换为相对于探测点 A 的推迟时间。

Figure 3–11 The temporal evolution of the radiated energy from all of the trapped electrons (a) and its corresponding FFT (b). Here the horizontal coordinate of the subfigure (a) has been transformed to the retarded time relative to the detection point A.

尼效应激发了局部电流的变化。不同电子之间辐射光子过程对应的相位匹配机制是由其在激光场峰值附近辐射来满足的，这可以和原子在激光场峰值附近电离以及激光在气体和等离子体中传输相速度与谐波相速度相同这样的相位匹配机制类比。但是需要注意的是这种高能光子辐射事件本身具有很强的随机性，同时可以“电离”出高能光子的电子数量只占一小部分，所以 HEPEE 产生的相干性并不如气体高次谐波产生中那么强。因此我们在现在的谐波谱中看到高阶谐波的强度被大幅减弱，只能观察到较低阶的谐波。

在不同厚度的靶模拟中，和图 3–11(b) 中类似，我们发现在考虑辐射阻尼效应时，二倍频和三倍频成分的辐射能量均有一定强度。理论上看，靶厚度对产生谐波时的电流强度应该没有影响。同时我们发现在靶厚大于 $30\lambda_0$ 的模拟中，图 3–8中选取位置的电流密度谱也大同小异。从图 3–8中可以看出虽然电流谱的噪音很大，但是包含辐射阻尼的低阶谐波成分仍然比较明显。只要靶的厚度选取使得激光可以和等离子体充分相互作用，无论是否包含辐射阻尼，相同大小的电流强度应该产生强度相近的谐波谱。

然而在图 3–6(b) 中不同厚度靶对应的 2 阶和 3 阶谐波强度却不同，这是由于我们把探测点选取在靶后，谐波的传输过程中有能量损失导致的。在包含辐射阻尼，靶厚较厚的模拟中，谐波产生后会被后面的靶等离子体吸收。同时从图 3–3(a)、

(b) 或者图 3–7(a)、(b) 中的黑色虚线对比，我们可以看到在模拟中包含辐射阻尼效应后，激光打洞的速度明显下降了。结合激光能量的快速下降，在包含辐射阻尼时我们看到靶可以快速吸收激光能量导致其不能有效产生打洞效应，谐波“看到”的靶厚要比不包含辐射阻尼中更厚，所以此时探测点的谐波强度会随着靶厚增强而迅速下降。与之不同的是在不包含辐射阻尼的模拟中，目前选取的靶厚度都可以使激光通过打洞效应最终穿透靶，在谐波和靶接触前激光已经帮助谐波扫清了障碍，靶无法在谐波传输过程中吸收谐波的能量，因此最终看来谐波的强度和靶厚度相关性不大。

3.5 结果讨论

我们在绪论中讨论的一般相对论强度的激光固体靶产生的高次谐波对应的谐波阶次一般来说都比较高，截止频率在几十甚至上百阶，谐波的光子能量可以达到十至百电子伏特量级，其物理机制不仅可以解释其产生过程，还可以定量推导出谐波强度的定标率和截止频率，并在部分实验中得到验证。本章中我们研究的是更高强度激光靶作用时，由辐射阻尼效应引起的靶内谐波产生，但是观察到的谐波阶次较低，谐波相较于背景辐射噪音的对比度也不强。一方面原因是受限于计算的精度限制，PIC 模拟的网格划分和超粒子数量无法再大幅提高。另一方面在介绍谐波的相干机制时，我们发现电子辐射光子过程中的随机性降低了谐波谱的强度，因此最终探测点的谐波精度和范围受到制约。这是这一新参数区间下，谐波辐射的一个新特征。

在以往的高次谐波的数值研究中，很多模拟是用一维的 PIC 程序开展的，这是因为一维数值模拟的方法可以做到高时间分辨率，空间分辨率和低计算资源需求的有机统一。在我们目前的正入射激光模型中，使用一维模拟不失为一种更好的探究谐波产生机制的方法，在本节中我们尝试用相同的参数运行包含和不包含辐射阻尼的一维模拟探究谐波的产生。

如图 3–12所示，我们使用 $a_0 = 500$，脉宽为 $20T_0$ 的激光和密度为 $20n_c$ 的靶相互作用，其中 (a) 和 (b) 分别为包含和不包含辐射阻尼效应时电子密度的时空分布。从图中可以看出在如此强的激光中电子的运动有非常大的不同。在有辐射阻尼效应时，电子整体被激光推着向前运动，形成了两个高密度层。较前的高密度层对应激光前沿，呈现周期性密度涨落并伴随向后的喷流。较后的高密度层在 $t = 30T_0$ 后逐渐形成，厚度随时间变宽，和前一高密度层基本保持相对距离不变。部分电子在某些时刻有向后的动量，但是整体上存在一条隐形的边界，没有电子可以穿越。而图 3–12(b) 中后一高密度电子层虽然一直有形成的趋势，但是无法达到 (a)

中的密度峰值。前一电子层向后周期性喷射的部分电子会持续向后运动并最终离开模拟盒子，不存在像 (a) 中的隐形边界限制电子的后向运动。电子运动的特征也可以从部分电子的轨迹获得 (见图 3–12(c)、(d))，包含辐射阻尼时电子总体一直被推着向前运动，而不包含辐射阻尼时初始时刻相邻的电子在最终会各奔东西，没有统一的运动方向。

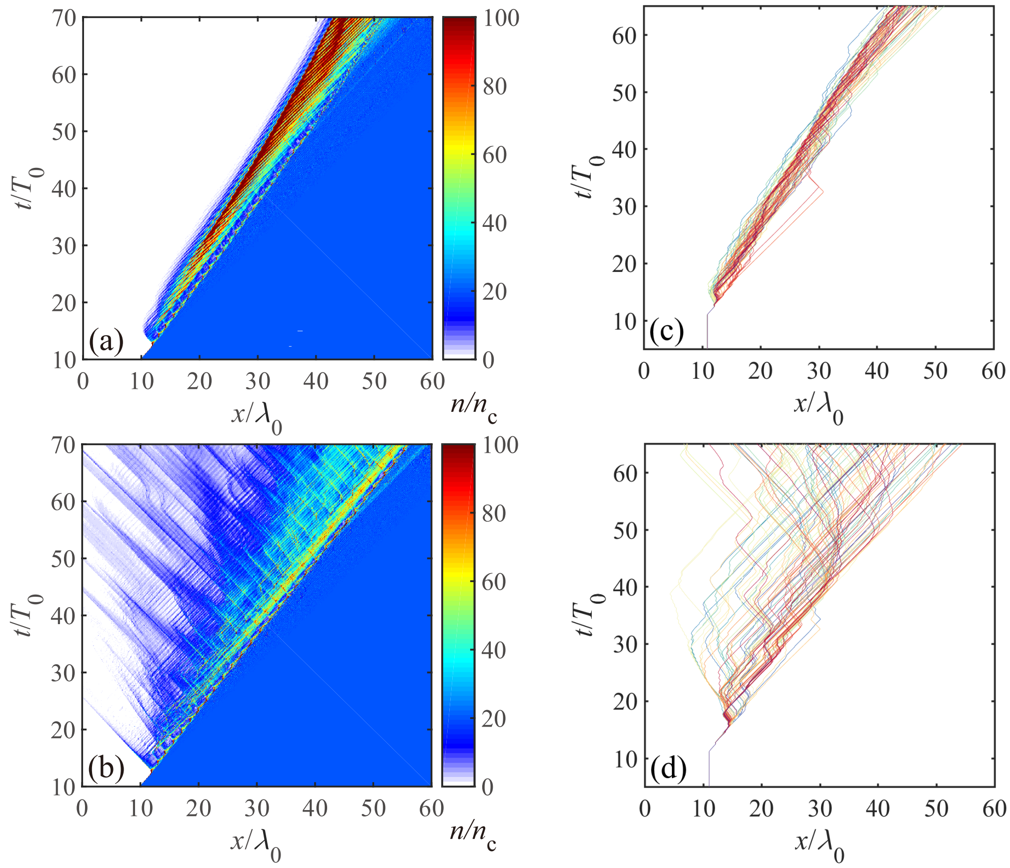

图 3–12 (a) 包含辐射阻尼时一维模拟中的电子密度时空分布。(b) 同 (a)，但是为不包含辐射阻尼的情况。(c) 包含辐射阻尼时一维模拟中部分电子的轨迹。(d) 同 (c)，但是为不包含辐射阻尼的情况。

Figure 3–12 (a) Spatiotemporal evolution of electron density in one dimentional simulation for the case with RR. (b) Same as (a) but for the case without RR. (c) Trajectories of some electrons in one dimentional simulation for the case with RR. (d) Same as (c) but for the case without RR.

这里我们仍然可以用辐射阻尼的电子捕获效应来定性解释两者电子运动的差别。首先我们发现在一维模拟中，激光缺少横向自聚焦效应，峰值强度会比二维中弱一些。当有辐射阻尼存在时，由于一维模拟只有横向动量没有横向位移，一旦电子在激光场中改变纵向动量方向并被向后喷射，此时电子和后续入射激光为

对撞的方向，辐射出向后的光子，大大损失纵向动量而变成低能电子，在有质动力作用下和其他低能电子一起向前运动，因此此时存在一条隐形边界，没有电子可以穿过。部分向前运动的电子也会和激光前沿的反射光相互作用发生辐射，电子堆积形成逐渐变宽的高密度层。而程序中关闭辐射阻尼效应时，电子没有通过辐射损失能量，大部分仍然在激光前沿堆积，在密度达到一定程度后部分电子被向后弹开。同时因为没有辐射阻尼的约束，有些向后的电子可以穿过激光场到达边界，也有些电子几乎在原地打转，在纵向得不到加速 (见图 3–12(d))。

在一维模拟中，我们选取了靶厚为 $30\lambda_0$ 时 $x = 40\lambda_0$ 和 $x = 60\lambda_0$ 两个探测点分析其谐波成分。其包含 (品红色) 和不包含 (灰色) 辐射阻尼效应时右向传播的谐波频谱在图 3–13中给出。由于在一维模拟中，电磁场分量在 y 和 z 方向变化率为 0，并且这两点都在等离子体外部，几乎处于自由传播状态，所以这两点对应的谐波谱的频率阶次和强度差别不大。这里的谐波谱和低强度正入射激光和等离子体相互作用中相似，我们只观察到了部分奇次谐波，而没有二维模拟中出现的偶次谐波。在包含辐射阻尼的模拟中，奇次谐波更强，这是由于此时激光推动密度层堆积并向前运动，该密度堆积起到类似于相干同步辐射机制中的高密度层的作用，在靶后辐射出谐波。这里形成的高密度层大大增强了辐射的相干性和辐射强度。从这个意义上来说，在一维模拟中，辐射阻尼效应也进一步增强了谐波辐射。

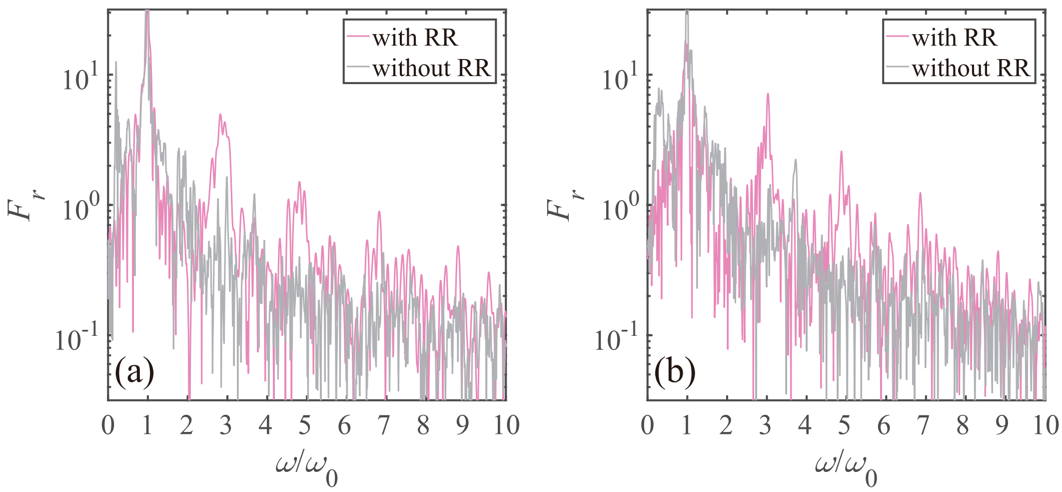

图 3–13 一维模拟中探测点 (a)$x = 40\lambda_0$ 和 (b)$x = 60\lambda_0$ 右向传播电磁场的 Fourier 变换，品红色和灰色线分别为包含和不包含辐射阻尼情况。这里的靶厚度为 $30\lambda_0$。

Figure 3–13 Fourier transform of the right-propagating field component at detection point (a)$x = 40\lambda_0$ and (b)$x = 60\lambda_0$ for the cases with RR (magenta line) and without RR (gray line) in one dimensional simulations. The target thickness used here is $30\lambda_0$.

3.6 本章小结

在本章节中，通过带辐射阻尼效应的二维粒子模拟我们发现了一种由辐射阻尼效应产生谐波的新机制。当一束强激光和相对论低密度等离子体相互作用时，部分电子由于辐射阻尼效应被捕获在激光中心区域。这部分电子会在激光场中辐射高能光子并产生横向动量变化。这种高能光子辐射由主激光的频率调制，导致电子产生电流突变，进而诱导相干的电磁谐波辐射，谐波辐射频率主要为激光频率的两倍。由于激光能量吸收较快，谐波强度随靶厚变厚也迅速下降。而在不包含辐射阻尼的模拟中，激光能量吸收较慢，激光依靠打洞效应即可穿透模拟中各种厚度的靶，从而导致谐波强度表现与经典辐射机制诱导的谐波辐射相一致，即谐波强度不随靶厚变化。这种强度随靶厚依赖性较高的谐波辐射可以作为探测强激光场和等离子体相互作用中辐射阻尼效应的手段之一，为未来拍瓦激光中探测和诊断辐射阻尼效应提供了一种可行的思路。在一维情形下，辐射阻尼也会使得激光前沿的堆积电子层的密度进一步提升，进而增强谐波辐射强度。我们这些研究揭示了辐射阻尼效应对强激光等离子体作用中的辐射谱的一些影响，有望为将来探测和诊断这些物理效应提供新的思路。

第四章 极强场激光与等离子体相互作用中 QED 效应诱导的谐波产生

4.1 引言

在极强场激光与等离子体相互作用中，QED 理论发挥着不可或缺的作用。其中描述电子在强激光场中辐射高能 γ 光子的非线性康普顿散射过程和描述高能光子与强激光相互作用产生正负电子对的 BW 过程是两个讨论较多的 QED 过程。当这两者结合在一起时，激光等离子体相互作用过程中构成了 γ 光子辐射到正负电子对产生的循环，在短时间内有大量新粒子产生和辐射，这种过程被称为 QED 级联，或者雪崩 [119, 135]。QED 级联的相关研究 (见 1.4.2节介绍) 主要集中在不同激光等离子体参数下对正电子的产量，能量转化率等问题的讨论。然而这些工作鲜有关注不同阶段产生的光子或正负电子对对 QED 级联过程的影响。本章节中，我们先介绍单束极强激光和固体靶相互作用中的正负电子对产生和 QED 级联的强弱，从级联代次的角度区分不同偏振激光对 QED 级联过程的影响。随后我们研究了双束激光和固体靶相互作用，探究此时等离子体内的谐波产生。研究发现了一种新的谐波辐射机制，它是由于 QED 及其级联效应产生的大量正负电子对在激光场中的横向振荡导致的。同时，我们还研究了激光的偏振及强度对谐波的影响。从偏振效应中我们发现谐波产生主要是在激光的反射方向，而透射方向的谐波强度较弱。当激光强度下降后，等离子体对激光能量的吸收减弱，等离子体区域不能形成足够高密度的正负电子对，从而谐波消失。当我们在程序中人为关闭了 QED 级联后，谐波也随之消失，即此种谐波产生和 QED 级联过程相关。最后，在分析谐波产生的电流源时，我们发现由 QED 级联产生正负电子对可以引起一定范围内频率为 $2\omega_0$ 和 $4\omega_0$ 的密度振荡，当这些正负电子对在激光场中运动时，会引起 $3\omega_0$ 和 $5\omega_0$ 阶次的谐波产生。尽管当前 QED 级联谐波的阶次和强度不足以作为实际中的高次谐波辐射源，但是对未来探测拍瓦激光和固体相互作用中的 QED 级联效应提供了一种可能途径。

这里我们仍然使用 EPOCH 程序模拟极强激光和等离子体的相互作用，其中包含了非线性康普顿散射和非线性 BW 过程来描述 QED 过程中的 γ 光子产生和正负电子对产生与 QED 级联效应。因为在当前光强和等离子体参数中 Trident 和 BH 过程产生正负电子对的散射截面很小，所以这两个过程在程序计算中没有被加入。在研究过程中，为了区分 QED 级联的影响并且不对等离子体产生正负电子对

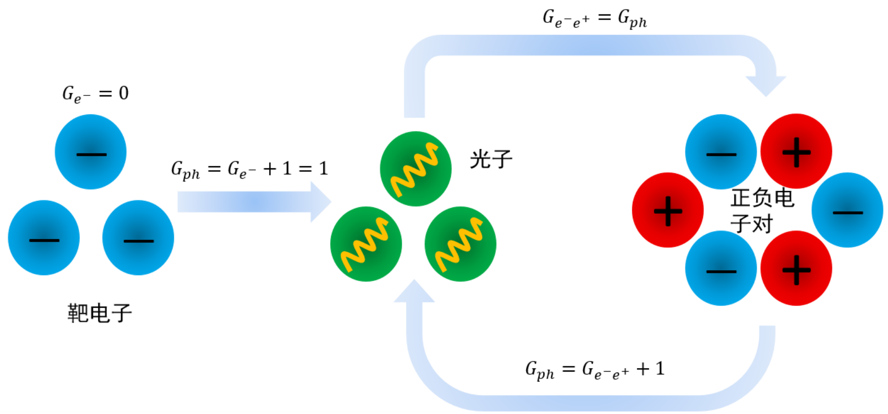

图 4–1 QED 级联中的代次标记示意图。靶电子代次为 $G_{e^-} = 0$，正负电子对辐射 γ 光子的代次标记为 $G_{ph} = G_{e^-e^+} + 1$，γ 光子产生正负电子对的代次为 $G_{e^-e^+} = G_{ph}$。

Figure 4–1 Schematic diagram of generation order in QED cascade. The generation order of target electrons is $G_{e^-} = 0$. The generation order of γ photons emitted by electron-positron pairs is $G_{ph} = G_{e^-e^+} + 1$. The generation order of electron-positron pairs generated by γ photons is $G_{e^-e^+} = G_{ph}$.

的过程有干扰，我们对程序本身做了一定修改：在程序的粒子类中加入了粒子代次 (generation order) 的变量，并引入了级联深度 (cascade depth) 的概念。我们把初始的电子 (即靶电子) 的代次标记为 $G_{e^-} = 0$，由初始电子在激光场中辐射出的光子代次标记为 $G_{ph} = G_{e^-} + 1$。随后通过 BW 过程再次辐射的正负电子对的代次同这部分光子的代次一致，即 $G_{e^-e^+} = G_{ph}$，而后续的正负电子对继续通过非线性康普顿散射产生的 γ 光子标记方法与靶电子产生光子的方法一致，即 $G_{ph} = G_{e^-e^+} + 1$，如此往复，直到 QED 级联不再进行为止。以上所有过程如图 4–1所示。级联代次这一参数对区分 QED 级联效应是很有效的，同时它也标记了靶电子和正负电子对产生光子的能力。在本章 4.5节中，所有 $G_{ph} = 1$ 的光子是靶电子直接辐射的光子，而 $G_{ph} > 1$ 的光子是由后续的正负电子对辐射的。相应的 $G_{e^-e^+} = 1$ 的正负电子对是 $G_{ph} = 1$ 的光子产生的，而 $G_{e^-e^+} > 1$ 的正负电子对是由 QED 级联效应产生的正负电子对。在程序中通过人为关闭 $G_{ph} > 1$ 的光子继续辐射正负电子对的通道，即可关闭 QED 级联效应，同时对初代光子通过 BW 过程产生正负电子对的过程没有干扰，对正负电子对的辐射过程也没有影响。通过这种方法，我们可以研究谐波的产生是否与 QED 级联效应具有相关性。在 QED 级联代次的基础上，如果我们分析体系中正电子 (光子) 数目与代次的关系，可以发现它们存在特定的分布状态。在入射激光较弱时，正电子代次谱中正电子数目随代次呈逐步下降趋势，这种级联过程更加接近于喷淋模式的 QED 级联，其代次谱可见本章中图 4–3。而

当激光强度较高时，正电子代次谱先下降后上升最后再次下降。这种级联过程更加接近于雪崩模式的 QED 级联，其最大数目的正电子代次较深，我们可以将这一最深的代次定义为级联深度，表示 QED 级联过程的深入程度，其代次谱可见本章中图 4–2。本章中我们首先研究在 QED 级联过程和我们新定义的粒子代次与级联深度的影响，更加深入得理解激光等离子体相互作用中的 QED 级联过程，随后再研究其中通过 QED 级联产生谐波的过程。

4.2 激光和固体靶相互作用中的 QED 级联深度研究

极强场激光和等离子体相互作用时，首先靶电子会在强场中辐射高能光子，随后部分高能光子继续在激光场作用下通过 BW 过程产生正负电子对。由于新产生的正负电子对在激光场中仍然可以有效辐射高能光子，同时目前我们暂不加入正负电子的湮灭效应，所以体系中的正电子数量会成指数增长，形成 QED 级联效应。研究发现当使用 $a_0 = 500$ 的单束激光和高密度固体靶相互作用时，由于激光在打洞过程中不断有靶电子补充到激光前沿与其相互作用，大部分正电子是由这部分靶电子辐射出的高能光子产生的，在我们的代次标记中对应 $G_{e^+} = 1$，而更高代次的正电子较少 [162]。但是在更高光强下，激光和固体靶相互作用中的正负电子对产生过程更加接近于雪崩模式的 QED 级联，正电子不再集中分布在较低代次。在本小节中，我们用一组较简单的参数模拟说明极强激光和固体靶相互作用中，产生新粒子的代次分布和相关过程。同时我们探究了这样的分布和激光偏振的关系。

这里我们在二维模拟中选取左边界入射的单束激光，波长为 1 μm，脉宽长度为 10 个光周期，纵向分布为平台型，横向为焦斑大小 1 μm 的超高斯分布，光强为 3.2×10^{24} W/cm^2，对应归一化强度约为 $a_0 = 1500$。激光偏振方向分别选取为 p 和 s 的线偏振激光以及同样光强的圆偏振激光。当偏振方向为圆偏振时，对应归一化强度减小为 $a_0 = 750\sqrt{2}$。等离子体密度设置为 $800n_c$，这里 $n_c = (m_e\omega_0^2)/(4\pi e^2)$ 是与驱动激光相对应的临界等离子体密度，ω_0 是驱动激光圆频率。靶厚度为 6 μm，可以避免被激光穿透，影响正电子的产生率。模拟盒子大小为 18 μm $\times$ 12 μm，纵向和横向每个波长均划分为 100 个网格。虽然理论上 p 偏振和 s 偏振同属于线偏振激光，正入射的结果应该相同，但是在二维模拟中 p 偏振光的偏振方向与模拟盒子横向平行，电子在横向电场 (对应 E_y) 作用下可以自由运动，而 s 偏振激光的偏振方向和模拟盒子垂直，电子无法在此时横向电场 (对应 E_z) 方向运动，因此造成了二维模拟中两种线偏振模式下模拟结果的不同。

在图 4–2中我们分别给出了 p 偏振、s 偏振和圆偏振激光与等离子体相互作用中模拟盒子内的 γ 光子 (蓝色柱状图) 和正负电子对 (橙色柱状图) 的代次谱分布。

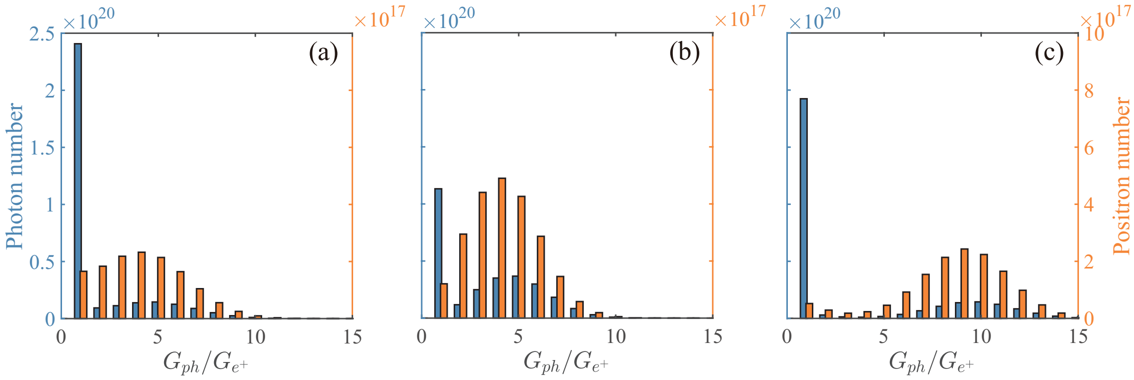

图 4–2 光强为 3.2×10^{24} W/cm^2 的强激光与等离子体相互作用时 γ 光子 (蓝色) 和正电子 (橙色) 的代次谱分布。(a-c) 分别对应 (a)p 偏振、(b)s 偏振和 (c) 圆偏振入射激光。

Figure 4–2 Generation order spectra of γ photons (blue) and positrons (orange) for 3.2×10^{24} W/cm^2 intensity laser plasma interaction. (a-c) correspond to (a) p polarization, (b) s polarization and (c) circular polarization incident laser, respectively.

这里代次的定义在本章绪论中已经交代过。在三种偏振态下，第一代光子 ($G_{ph}=1$) 的数目都是最多的，这部分是靶电子辐射出的光子。尽管数量多，但是相当一部分能量较低，弥散在整个模拟盒子中，无法和后续激光相互作用产生正负电子对，所以相应的第一代正电子 ($G_{e^+}=1$) 的数目并没有明显高于更高代次的正电子数目。在不考虑第一代光子数目的情况下，三种偏振激光驱动下光子和正电子的代次分布均呈现先增长再下降的趋势。对于光子数目，p 偏振和 s 偏振激光驱动下 $G_{ph}=5$ 的光子数目最高，圆偏振中 $G_{ph}=10$ 的光子数目最高。对于正电子数目，p 偏振和 s 偏振激光驱动下 $G_{e^+}=4$ 的正电子数目最高，圆偏振中 $G_{e^+}=9$ 的正电子数目最高。我们可以把光子 (正电子) 除去初代数目最多的代次定义为级联深度。这样在每种偏振态下，光子和正电子的级联深度均存在 $G_{ph}=G_{e^+}+1$ 的关系。这说明在现有的参数下，正负电子对参与 QED 级联的过程是高于光子的，即正负电子对辐射光子的比例较高，而光子在辐射正负电子对时有很多低能光子没有参与，正电子的相对数量并没有继承自同样代次的光子。另外对比光子和正电子数目的标度，两者相差接近三个数量级，说明光子的产生率远高于相同参数下正负电子对的产生率。

从三种偏振态的横向比较来看，在 p 偏振激光驱动下，$G_{ph}=1$ 光子数目比另外两者都多，而 $G_{ph}>1$ 的高代次光子数目较 s 偏振和圆偏振中较少。这是由于在 p 偏振激光中，和激光相互作用的靶电子在横向弥散，可以产生更多的光子。但是从另一个角度看，在边缘的光子无法和激光继续作用通过 BW 过程产生正负电子对，因此在 p 偏振中高代次光子数目较少。在 s 偏振激光驱动下，光子和正电子

的数目比另外两者都多，这是因为此时电子在模拟盒子中 y 方向上动量较小，靶电子集中在横向中心位置。由于电子运动的局限性，辐射光子也主要集中在横向中心位置，通过 BW 过程产生的正负电子对也较多，因此 s 偏振激光中第一代的光子数目较少，而后续产生的光子和正电子数目较多。在圆偏振激光驱动下，我们发现和线偏振不同，光子和正电子最多数目的代次较高，整体代次比线偏振中高了 4 到 5 代。由于圆偏振激光中激光的有质动力没有两倍激光频率成分的振荡项，靶电子和正电子的纵向运动被抑制，同时也不会形成周期性结构，正电子产生后被限制在激光相互作用区域，因此圆偏振激光中 QED 级联代次较高，正电子产量比 p 偏振中高。

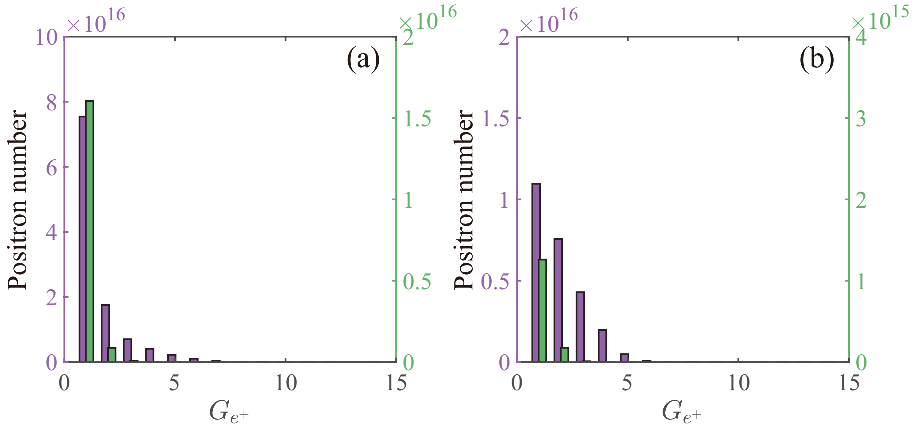

图 4–3 光强为 1.4×10^{24} W/cm^2(紫色) 和 8×10^{23} W/cm^2(绿色) 时正电子的代次谱分布。(a)、(b) 分别对应 p 偏振和圆偏振入射激光。

Figure 4–3 Generation order spectra of positrons for laser intensities of 1.4×10^{24} W/cm^2 (purple) and 8×10^{23} W/cm^2 (green). (a) and (b) correspond to p polarization and circular polarization incident laser, respectively.

作为对比，我们把激光强度从 $a_0 = 1500$ 分别降低到 $a_0 = 1000$ 和 $a_0 = 750$(分别对应 1.4×10^{24} W/cm^2 和 8×10^{23} W/cm^2)，只选取 p 偏振和圆偏振两种偏振态，并在图 4–3中给出了相应的正电子的代次谱分布。这里对比图 4–2我们发现，降低 p 偏振和圆偏振激光强度后正电子的数目减少了 $1-1.5$ 个数量级。图 4–3(a) 中 p 偏振激光情况下正电子的级联过程变弱，数目随代次指数下降，在 $a_0 = 750$ 时几乎不存在 QED 级联，正电子中绝大多数是 $G_{e^+} = 1$ 的正电子。光强为 1.4×10^{24} W/cm^2 时圆偏振激光情况下 (图 4–3(b) 中紫色柱状图) 高代次 ($G_{e^+} > 1$) 的正电子数目大于第一代正电子数目，级联过程较强，但是和图 4–2(c) 中相比最高正电子数目的代次有大幅下降。在光强为 8×10^{23} W/cm^2 时，圆偏振激光中的正电子代次谱分布和 p 偏振中类似，QED 级联效应很弱。同样光强下圆偏振产生的正电子数目比

p 偏振中少了 5 倍以上，这说明在光强较低时，单束圆偏振激光产生的正电子数量少于同样光强的 p 偏振激光，此时无论激光偏振态如何，QED 级联过程都不强。

本小节中我们发现使用 $a_0 = 1500$ 的单束激光和高密度等离子体相互作用时，QED 级联效应较强，正电子的级联深度在线偏振和圆偏振中分别为 4 和 9。同时在二维模拟中 s 偏振激光存在准一维效应，会高估正负电子产生率，圆偏振激光中由于可以抑制正负电子对的扩散，所以会产生比 p 偏振更多的正负电子对。在较低强度的激光下，各种偏振激光产生正电子的级联深度均大幅下降，QED 级联过程较弱。需要说明的是，以上分析只针对单激光入射的构型，主要为了说明在极强场中高密度等离子体产生正负电子对的 QED 级联效应的强弱，这对于理解正负电子对的产生和相应激光等离子体过程具有积极意义。对于双束入射激光的构型，由于带电粒子可以被束缚在两束光形成的驻波场中，产生 QED 级联效应的光强阈值可以大幅下降。在下面的章节中，我们将从这一构型中探究 QED 级联效应和谐波产生的机制。

4.3　由 QED 效应诱发的谐波产生

绪论中，我们介绍了双束激光构型在等离子体中通过非线性康普顿效应产生大量 γ 光子，以及光子继续和激光相互作用通过 BW 效应产生正负电子对的过程。由于双束激光能较好的限制等离子体的运动，在光强为 $10^{23} \sim 10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$ 时就能触发 QED 级联机制，产生大量高能 γ 光子和正负电子对。这种强度的激光和固体等离子体的相互作用中的性质近年来被人们广泛的研究。刘维媛等发现在双束 10 PW 激光和薄靶相互作用中的相对论自透明可以使驻波场更稳定，从而形成密度约为 $10^{22}\,\mathrm{cm^{-3}}$ 的正电子，在激光脉宽较短时，倍频激光由于可以在等离子体中更早形成自透明现象所以可以产生更多正电子 [166]。在研究正负电子对增长率和激光强度的关系中，我们发现正负电子对的数量随激光强度的增长而迅速增长，其平均增长率和光强 I_0 的关系约为 $\overline{\Gamma_+} \simeq 0.67\exp(-1.1/I_0(10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}))$。然而在光强达到 $1.6\times10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$ 后增长率逐渐降低至不变，达到了 QED 等离子体对激光能量的饱和吸收状态 [167]。

在双束激光入射的模拟中，我们使用的是初始全电离的碳氢混合靶，碳原子和氢原子的密度均为 $40n_c$，即相应的电子密度为 $280n_c$。在二维 PIC 模拟中，模拟盒子纵向范围从 $x = 0\,\mu\mathrm{m}$ 到 $x = 9\,\mu\mathrm{m}$，横向范围从 $y = -4\,\mu\mathrm{m}$ 到 $y = 4\,\mu\mathrm{m}$，如图 4–4所示。固体靶厚为 $1\,\mu\mathrm{m}$，位置在模拟盒子中央区域，这一厚度更利于 QED 过程的发生，可以使得激光等离子体相互作用时提供足够多的种子电子，同时又不会太厚导致激光无法穿透形成驻波 [166]。两束 p 偏振激光从盒子两侧同时对

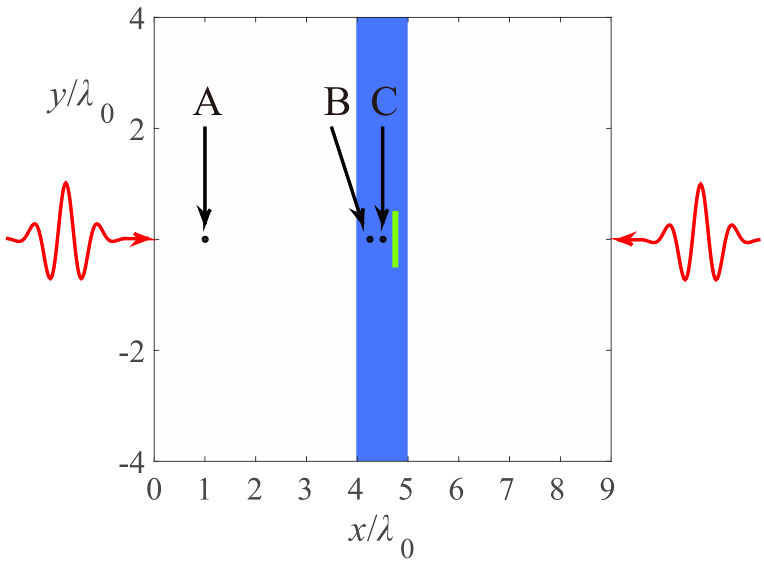

图 4–4 激光薄靶相互作用和谐波探测点位置示意图，A，B 和 C 点的坐标分别为 (1, 0)，(4.25, 0) 和 (4.5, 0)。绿色区域范围为 x 方向从 4.7 到 4.8 μm，y 方向从 −0.5 到 0.5 μm，标记的是在本章 4.6节中计算正电子平均密度的区域。

Figure 4–4 (a) Schematic diagram of the laser foil interaction and diagnosis points of the harmonics emission. The coordinates of A, B and C points are (1, 0), (4.25, 0) and (4.5, 0) respectively. The green region, locating from 4.7 to 4.8 μm in x direction and from −0.5 to 0.5 μm in y direction, is used to diagnose the positron average density in section 4.6.

称入射，激光波长均为 $\lambda_0 = 1\,\mu$m，强度均为 $I_0 = 1.6 \times 10^{24}\,\mathrm{W/cm^2}$，对应参考文献 [167] 中提到 QED 级联饱和吸收中的光强阈值。激光脉冲的分布在纵向是平台型的，脉宽为 30 fs，对应 $9T_0$，横向为 $\exp[-(y/1.0\,\mu\mathrm{m})^{10}]$ 形式的超高斯分布。

图 4–5展示了二维激光和靶相互作用的结果，其中图 4–5(a)、(b) 中分别为靶电子和正电子在 $y = 0$ 轴线上的密度随 x 方向空间和时间上的演化分布。从中可以看到，靶电子首先被激光从两侧挤压并向中心加速，随后热膨胀并在激光场中呈周期性振荡，期间伴随大量高能 γ 光子产生。由于两侧对称的激光辐射压，加速的靶电子被完全束缚在中心区域，因此在中心形成了两层高密度电子层。多光子 BW 过程在 $t \sim 6T_0$ 时启动，大量正负电子对在靶初始位置产生。随着相互作用的继续，在原来靶位置的外部也产生了很多正负电子对，如图 4–5(b) 所示。这是因为产生的高能 γ 光子传播到靶外后，会和后续入射的激光相互作用，通过 QED 过程不断增高正负电子对等离子体的密度。接下来，正负电子对等离子体对激光变得不透明了，由相向传播激光建立的驻波场逐渐消失，随后在靶外部产生的正负电子对被压缩，进而持续增强中间正负电子对等离子体的密度。在 $t = 14T_0$ 之

后，由于入射激光已经消失，受挤压的等离子体在横向和纵向都开始向外膨胀。

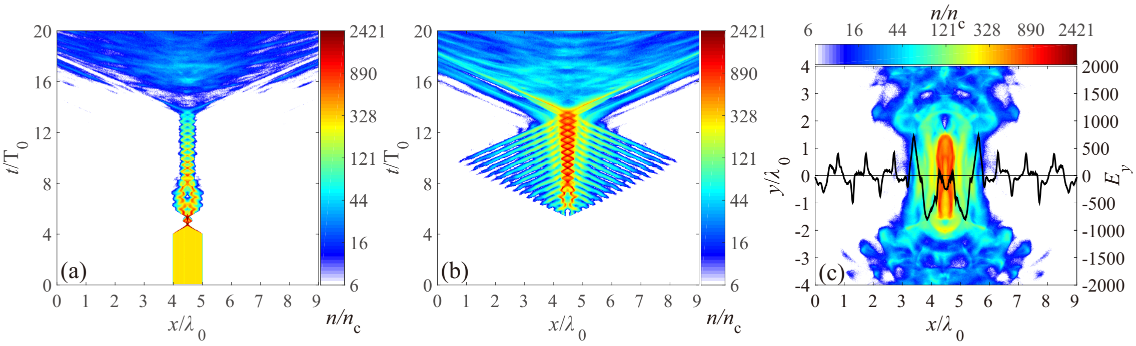

图 4–5 (a)，(b) 靶电子 (a) 和正电子 (b) 在 $y = 0$ 轴线上的密度时空分布。(c) 正电子密度在 $t = 12.5T_0$ 时刻的空间分布和此时 $y = 0$ 轴线上归一化电场 E_y 的分布。

Figure 4–5 (a), (b): Spatiotemporal evolutions of (a) target electron and (b) positron densities on $y = 0$ axis. (c) Spatial distribution of positron density at $t = 12.5T_0$ and normalized electric field E_y on $y = 0$ axis.

这种中间双层高密度等离子体结构可以在 [168, 169] 等研究者的工作中看到。除此之外，还可以在二维模拟和三维模拟中看到高密度正电子层的向外喷流现象 [167]。然而其中反射方向电磁波的性质还没有被研究过，在我们的工作中，我们发现中间高密度正负电子对等离子体可以在反射方向产生相对于入射激光的谐波辐射。为此，我们在图 4–5(c) 中做出了横向电场 E_y 在 $t = 12.5T_0$ 时刻的空间分布图，并且从波形中可以看到谐波成分。在 4.4节中我们会看到当激光光强减弱到 4×10^{23} W/cm^2 时，类似的谐波会消失。这从另一个角度说明了我们观察到的谐波产生是和 QED 效应相关的，和以往的相对论激光等离子体作用时由非线性效应产生的谐波不同。

在图 4–6(a) 中，我们做出了 $y = 0$ 轴线上向左传播场的时空分布图，这里向左传播的场定义为 $F_{left-P} = (E_y - B_z)/2$，其中 E_y 和 B_z 分别表示横向的电场和磁场 [169]。从图 4–6(a) 中可以看出，大部分从右边界入射的左向传播的激光脉冲不能穿透中部高密度区间，这部分激光被靶部分吸收后，少量透射，其余的被反射 (图中没有显示这部分反射光)。除此之外，A、B、C 三点向左传播场的时间分布及相应快速傅里叶变换 (FFT) 在图 4–6(b)、(c) 中分别给出。我们可以看到所有探测点 3 阶和 5 阶的谐波成分，这和图 4–5(c) 中的空间场成分是一致的。从图 4–6(b) 来看，反射和透射波成分初始时只包含入射激光的基频成分，而在激光和等离子体相互作用阶段开始出现了高阶成分，这说明当 QED 过程触发后，谐波才产生，即这类谐波产生是由 QED 过程引起的。

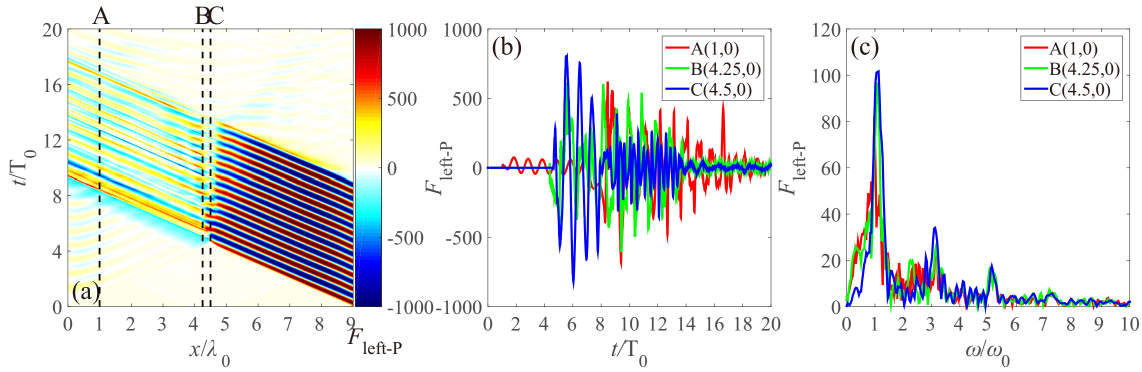

图 4–6 (a) 向左传播电磁场 ($(E_y - B_z)/2$) 在 $y = 0$ 轴线上的时空分布。虚线代表图 4–4中标记的三个探测点位置。(b) A，B 和 C 三个探测点向左传播场随时间的分布。(c) 这三个探测点向左传播场的频谱。

Figure 4–6 (a) Spatiotemporal evolution of left propagating EM field ($(E_y - B_z)/2$) on $y = 0$ axis. Dashed lines denote the three detection points in figure 4–4. (b) Temporal evolutions of left propagating fields at detection points A, B and C. (c) Spectra of left propagating fields detected at those points.

4.4 激光偏振和光强对谐波产生的影响

在本节中，我们主要研究激光偏振和光强效应对谐波产生的影响，首先是偏振效应。这里我们把右侧入射的激光改成 s 偏振，同时保持左侧的 p 偏振入射 (我们称之为 P-S 驱动情况)，这样可以通过偏振来区分谐波成分是反射光还是透射光。在图 4–7(a) 中，我们给出了 P-S 驱动情况下正电子密度的时空分布。从中我们可以看到，从右向左传播的 s 偏振激光似乎对等离子体有更强的作用力，使得正电子密度随时间整体向左偏移。这是由于在二维模拟中的 s 偏振光偏振面垂直于纸面 (即 z 方向)，其效果是准一维的效果，粒子无法在横向膨胀使得它们在中间堆积，增强了正度电子对的产生。探测点 B 向左传播的 p/s 偏振场成分的 FFT 谱在图 4–7(b) 中展示，其中向左传播 s 偏振光定义为 $F_{left-S} = (E_z + B_y)/2$。从中我们可以看到，无论是 p 偏振成分还是 s 偏振成分，都在 3 阶谐波处有一个峰值，并且 p 偏振成分的谐波强度是高于 s 偏振谐波的，由此我们可以推断之前发现的谐波产生主要来源于电磁场的反射方向。

随后我们研究了激光光强对谐波的影响，这里我们把激光光强减弱到 4×10^{23} W/cm^2。在图 4–7(c)，(d) 中，我们给出了相应情况下正电子的时空分布和对应探测点传播场的 FFT 谱。当光强降低时，正电子密度也随之降低。中部高密度层也不复存在，同时驻波场的存在贯穿整个相互作用的过程。在 FFT 谱中我们看到三个探测点均没有出现 3 阶和 5 阶谐波，而基频成分的光强甚至比入射激光

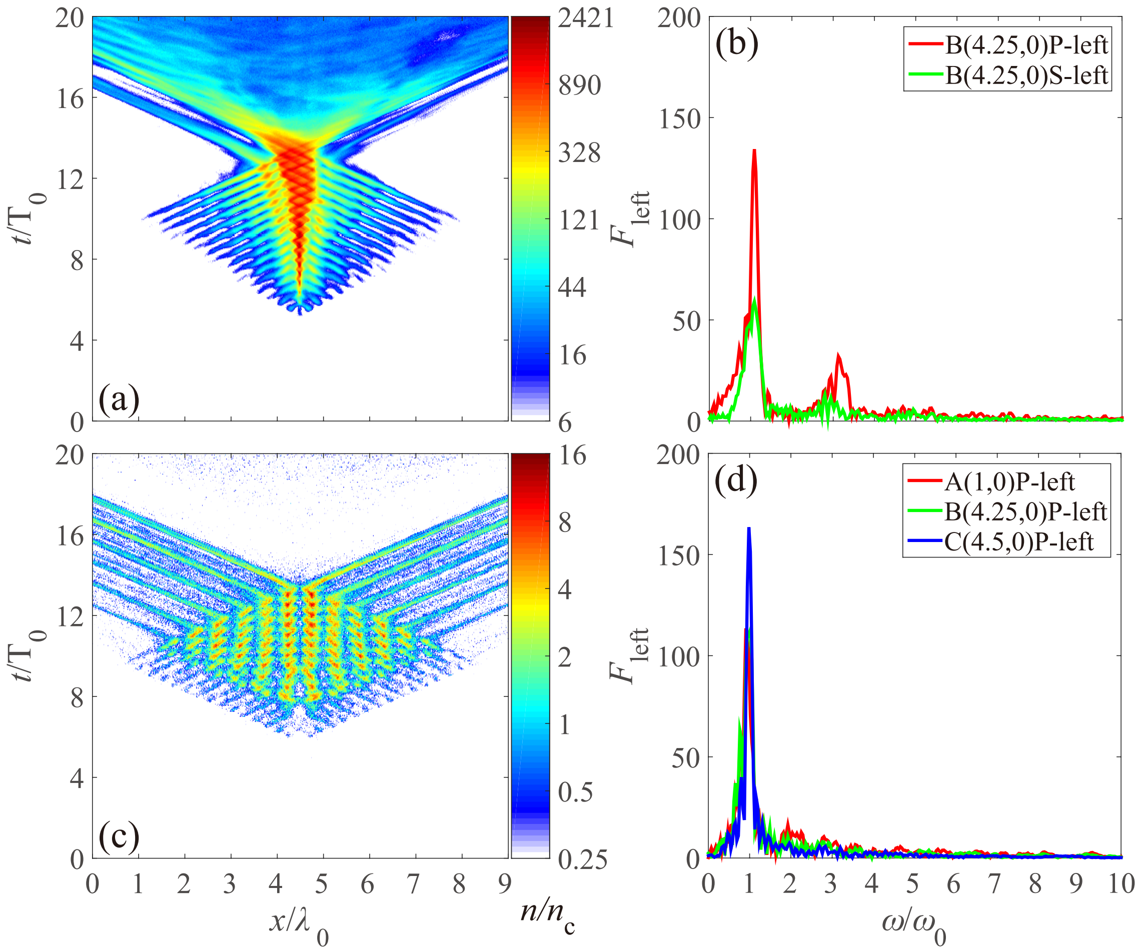

图 4–7 (a)，(c) 正电子密度在 $y = 0$ 轴上的时空分布。(b)，(d) 三个探测点不同成分的谐波谱。上行对应光强为 1.6×10^{24} W/cm^2 的 P-S 偏振驱动光情况，下行对应光强为 4×10^{23} W/cm^2 的 P-P 偏振驱动光情况。

Figure 4–7 (a), (c) Spatiotemporal evolution of positron density on $y = 0$ axis. (b), (d) Spectra of different filed components at three detection points. Upper and lower pads correspond to the P−S driver interactions at laser intensity of 1.6×10^{24} W/cm^2 and P−P driver interactions at laser intensity of 4×10^{23} W/cm^2, respectively.

强度是 $1.6 \times 10^{24}\ \mathrm{W/cm^2}$ 时还要强。这是由于在低光强下，激光能量吸收很弱，存在较强的透射光。

4.5 QED 级联效应对谐波产生的影响

在激光和高密度靶相互作用时，QED 级联效应在产生正负电子对等离子体上有很重要的作用。为了探究 QED 级联过程在激光等离子体作用中对粒子产生、辐射过程产生的影响，我们在程序中关闭了 QED 级联通道并做了模拟进行对比。这里我们只允许第一代 γ 光子产生正负电子对，同时保留了靶电子和这部分正负电子对辐射新光子的功能，而由正负电子对产生的光子不进行后续的级联过程。从程序实现的角度，需要关闭本章 4.1节中提到的 $G_{ph} \geqslant 2$ 这部分光子产生正负电子对的通道 (也可参考图 4–10(c))。关闭级联通道后从结果图 4–8(a) 中可以看出，正电子的数量和空间密度都有大幅降低。相应的，双层正负电子对等离子体高密度层的振荡也有所减弱，进一步降低了激光的吸收和反射。图 4–8(b) 给出了三个探测点向左传播场的 FFT 谱，可以看出所有的谐波成分都消失了，只剩下部分高频成分和噪音。这里基频光的光强远高于打开 QED 级联中 FFT 谱的基频光，说明在这种情况下，大部分激光能量并没有传递给靶和正负电子对等离子体，激光能量的吸收渠道被大大抑制。除了振荡电子的低密度，通过对比图 4–8(a) 和 4–5(b)，我们发现在关闭 QED 级联后正电子振荡模式变得不稳定了。这两个因素使得传统的 HHG 机制 (例如振荡镜模型) 在当前的激光等离子体相互作用中几乎不存在，同时也说明了当前的谐波产生主要是受到QED 级联的影响，并且只在光强极强的情况才会产生。这为我们探测 QED 级联提供了一种新的思路。

4.6 QED 谐波产生中电流源作用的分析

在本节中为了研究 QED 谐波产生的机制，我们主要从 PIC 模拟中横向电流的演化入手。图 4–9(a) 给出了横向电流 J_y 在 $y = 0$ 轴线上的时空分布。从 $t = 8T_0$ 开始，谐波成分出现在靶中间区域。电流关于时间的偏导 $\partial J_y/\partial t$ 及其拆分后的两项 $v_y\partial\rho/\partial t$ 和 $\rho\partial v_y/\partial t$ 的 FFT 谱在图 4–9(b) 中给出。我们可以发现，当打开 QED 级联通道时，$v_y\partial\rho/\partial t$ 项对 5 阶谐波的贡献占主导。由于 v_y 的频率成分是激光基频 (1ω)，说明密度的偏导中包含 4ω 成分。这从图 4–10(a) 中可以得到验证，这里展示的是 QED 级联打开和关闭情况下，图 4–4中绿色区域的正电子平均密度随时间的变化。从中我们可以看到在 $t = 10T_0$ 之前，两种情况下的正电子密度表现类似。在对应的 FFT 谱图 4–10(b) 中，正电子密度均出现了二倍频 (2ω) 成分，这是由于纵向激光有质动力对等离子体有 2ω 频率的密度调制。结合横向速度 v_y 中 ω

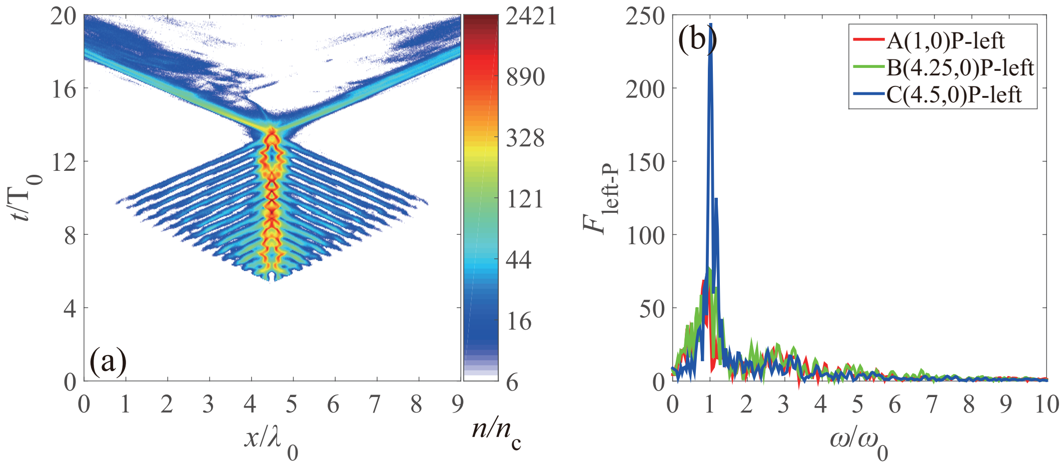

图 4–8 (a) 模拟中关闭 QED 级联情况下 $y=0$ 轴线上正电子密度的时空分布。(b)A，B 和 C 三个探测点向左传播场的 FFT 谱

Figure 4–8 (a) Spatiotemporal evolution of positron density on $y=0$ axis for the simulation with QED cascade switched off. (b) FFT spectra of left propagating fields at points A, B and C.

频率的振荡，电流拆分后的两项 ($v_y\partial\rho/\partial t$ 和 $\rho\partial v_y/\partial t$) 都对图 4–9(b) 中的 3 阶峰有贡献。

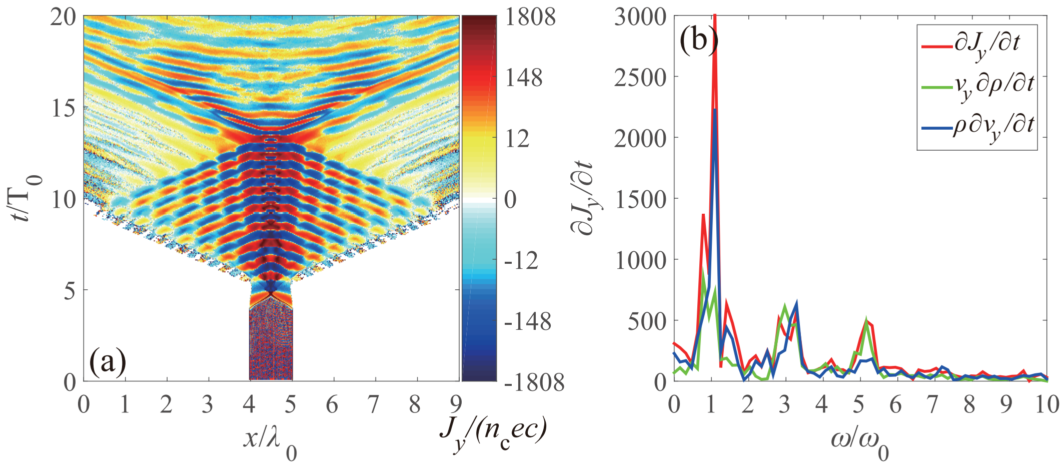

图 4–9 (a) 横向电流 J_y 在 $y=0$ 轴线上的时空分布。(b)$\partial J_y/\partial t$ 及其拆分后的两项 $v_y\partial\rho/\partial t$ 和 $\rho\partial v_y/\partial t$ 对应的 FFT 谱。所有量均取自图 4–4中绿色区域内的平均值。图 (a) 和 (b) 中均为 QED 级联打开情况。

Figure 4–9 (a) Spatiotemporal evolution of transverse electric current J_y on $y=0$ axis. (b) FFT spectra of $\partial J_y/\partial t$ and its two contribution terms $v_y\partial\rho/\partial t$ and $\rho\partial v_y/\partial t$ for the harmonics generation. The quantity terms are averaged within the green square region labeled in figure 4–4. The QED cascade is turned on for the figures (a) and (b).

从 4–10(a) 和 (b) 中的黑线可以看出，除了 2ω 成分外，在 QED 级联打开情况下正电子密度还存在一个 4ω 成分。结合 v_y 中 ω 成分的振荡，在图 4–9(b) 中 $v_y\partial\rho/\partial t$ 项包含 5 阶峰，因此相应的电流成分引起了电磁场的 5 阶谐波。

为了继续探究正电子密度 ρ 的 4ω 成分，我们使用了新引入的级联代次的概念。图 4–10(c) 中展示了打开和关闭 QED 级联情况下正电子的代次谱。当 QED 级联被人为关闭时，$G_{e^+} \geqslant 2$ 的正电子均不存在，所以此时正电子的总数是要明显少于 QED 级联打开的情况的。这同样解释了和打开 QED 级联相比，$t = 12.5T_0$ 之后正电子密度的快速下降 (见图 4–10(a))。模拟结果显示正负电子对密度 4ω 频率的振荡只在 QED 级联打开时产生，这是因为高代次的正负电子对 ($G_{e^\pm} \geqslant 2$) 的振荡模式是由振荡频率为 2ω 的第一代正负电子对 ($G_{e^\pm} = 1$) 决定的。结合激光对等离子体 2ω 频率的调制，高代次的正负电子对密度呈现了 4ω 成分，进而引起了 5 阶的电流源和相应的谐波产生。

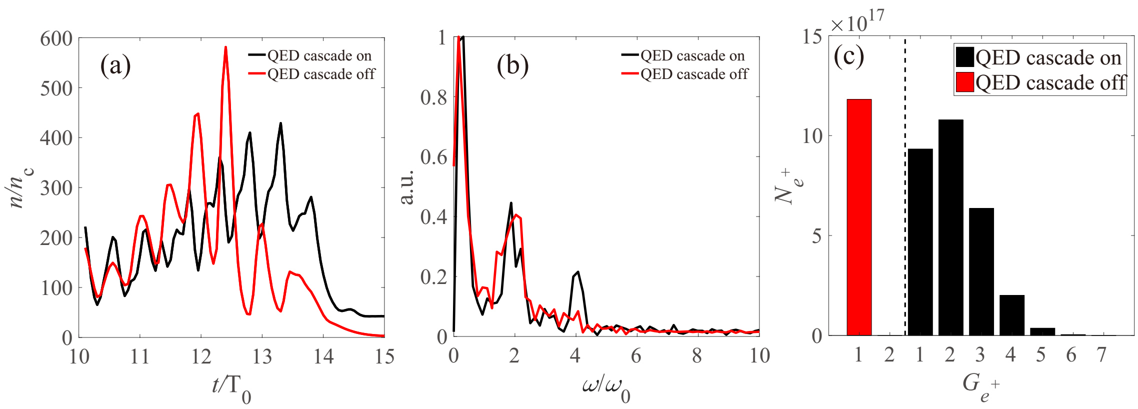

图 4–10 (a) 图 4–4中绿色区域内正电子密度的平均值，黑线对应 QED 级联打开，红线对应 QED 级联关闭。(b) 为 (a) 中对应线的 FFT 谱。(c) 正电子在 $t = 12.5T_0$ 时刻的代次谱，其中黑色矩形对应 QED 级联打开，红色矩形对应 QED 级联关闭。

Figure 4–10 (a) Temporal evolution of average positron density within the green square region labeled in figure 4–4 for the cases with QED cascade on (black line) and off (red line). (b) FFT of the corresponding lines in (a). (c) Generation order spectra of positrons for the cases with the QED cascade on (black squares) and off (red squares) at $t = 12.5T_0$.

这里我们通过对 QED 级联中正电子代次的分析，发现了 $G_{e^+} \geqslant 2$ 代次正电子的密度振荡频率，进而解释了 QED 级联诱导的谐波产生机制。在 4.2节中事实上我们仍然是通过 PIC 程序对新产生的粒子的标记方法来研究 QED 级联深度，然而从现实角度我们无法在物理上区分 QED 过程中不同阶段产生的光子和正电子的代次，甚至这一概念的存在都有疑问。从对谐波产生的机制分析来看，我们确实发现了一种 QED 级联深度对现实宏观物理过程的影响，如低阶谐波的产生。

4.7 本章小结

在本章节中，我们从单束激光和固体靶相互作用入手，研究了其中正负电子对产生时 QED 级联效应的强弱。在 $a_0 = 1500$ 的强激光入射高密度等离子时，QED 级联效应较强，其中圆偏振激光级联深度比 p 偏振激光高，同时圆偏振激光由于可以抑制电子在纵向的扩散，电子有更高概率和激光相互作用，可以产生更多正负电子对。s 偏振激光由于在二维模拟中抑制电子的横向运动，会高估正电子的产生率。随后我们研究了双束强相对论激光和固体薄靶相互作用的动力学，同时观测到了达到 5 阶次的谐波产生。这种谐波产生是由 QED 级联效应产生的，并且在反射和透射方向都能观察到谐波产生，其中反射方向的谐波占主导。在分析电流成分时，我们研究发现 QED 级联效应引起的正电子密度以 2ω 和 4ω 的频率产生，在激光场中电子 (正电子) 的横向速度 v_y 以 ω 成分振荡，从而最终产生 3 阶和 5 阶的谐波辐射。当 QED 级联效应在程序中关闭，或者激光强度降低，正负电子对无法大量产生时，谐波成分也随之消失。这种对 QED 级联效应高度依赖的谐波产生机制虽然无法产生高强度、高阶次的谐波辐射源，但是可以作为未来超强激光固体靶相互作用中探测 QED 级联效应的有效方式之一。

第五章 全文总结与展望

5.1 全文总结

自激光诞生以来，通过激光和物质相互作用产生谐波辐射的研究就一直在进行。这些研究一方面可以加深人们对不同强度的激光与不同物质作用规律的理解，另一方面有望为人们提供高频相干辐射源。随着激光功率的增加，这些研究中首先出现的是关于激光在气体中电离产生高次谐波辐射的研究，随后是激光固体靶通过相对论振荡镜 (ROM) 和相干尾波辐射 (CWE) 等机制产生表面高次谐波的研究。随着激光技术的不断发展，激光强度得到了显著地提高。在更高光强下，电子非线性运动的影响开始显现，并且新的物理过程如高能光子辐射和正负电子对产生会显著地改变等离子体的行为，基于激光等离子体的谐波辐射也呈现出新的物理现象。针对不同强度激光和等离子体相互作用的具体过程，我们分别研究了强激光与等离子体作用中由相对论非线性效应、辐射阻尼效应以及 QED 级联效应诱导产生谐波的不同机制和特征。本论文的主要研究内容和发现可以总结如下：

1. 针对归一化光强在 $a_0 = 10$ 左右的单束相对论激光与固体等离子体相互作用，我们研究了通过相干同步辐射 (CSE) 机制产生的靶后辐射及其对激光靶参数的依赖特征。详细研究了维度效应、靶厚度、靶前预等离子体标长、激光焦斑大小及入射角的影响。在一维模拟中我们只观察到靶后高于等离子体频率 ω_p 的奇数次谐波，这是由激光加速靶前表面电子，形成高密度振荡电子层产生的。在二维模拟中，由于电子受激光作用在横向运动，靶内密度在 $t > 5$ 后出现成丝现象，因此靶后辐射不仅有高阶的奇数次谐波，还出现了低阶的奇数次谐波。这部分低阶谐波和高阶 CSE 机制产生的谐波对激光等离子体参数的依赖性表现不一致。当激光焦斑增大，同时归一化光强相应减小时，低阶谐波的强度不变而高阶谐波的强度会降低。当靶厚增加时，低价谐波的强度降低而高阶谐波的强度不随靶厚变化。增大靶前密度标长后，高密度电子层的形成和加速会被预等离子体抑制，同时激光能量向靶前表面高次谐波的转化增强，因此靶后谐波强度下降，不利于靶后谐波的产生。当激光斜入射时，靶后谐波还出现了多个偶数阶成分，与表面高次谐波中斜入射的选择定则表现一致。

2. 针对归一化强度在 $a_0 = 500$ 左右的单束激光和近临界密度靶的相互作用，我们发现了由辐射阻尼 (RR) 效应产生低阶靶后谐波辐射的现象，并对其产生机制进行了深入研究。首先我们研究了单束强激光在等离子体内的相互作用过程，发现在加入辐射阻尼效应时，激光场会产生未被有质动力排开的横向捕获电子。随

后在不同厚度的靶后谐波探测过程中，加入 RR 效应可以增强薄靶中透射方向低阶谐波的产生。通过修改 PIC 程序，加入追踪电子的高能光子辐射事件 (HEPEE) 功能后，我们发现低阶谐波增强是由电子在加入 RR 效应后周期性辐射光子，因此其动量周期性改变，进而电流周期性变化产生的。同时我们发现激光自身波形对电子辐射光子事件的时间具有调制作用，这使得电子除由经典非线性效应产生辐射外，还会由辐射阻尼效应产生一定的辐射，并且这些产生的辐射会发生部分相干叠加。在包含 RR 效应时，较厚的靶使得等离子体对激光能量过快吸收，无法产生有效辐射，因此靶后谐波强度在探测时随靶厚变厚而减小。而在无 RR 效应时，激光能量吸收较弱，依靠打洞效应即可穿透模拟中所用各种厚度的靶，导致与经典辐射机制诱导的谐波产生一致，即谐波强度与靶厚关联不大。在一维模拟中由于维度限制，激光无法产生横向自聚焦且电子也无法横向运动，因此无法重现二维中 HEPEE 产生的谐波辐射效应。

3. 针对更高强度的极强相对论激光脉冲，当归一化强度达到 $a_0 \sim 1000$ 时，我们首先研究了单束光和等离子体相互作用中的正负电子对产生和 QED 级联深度的影响，发现在圆偏振激光入射情况下，电子有更多时间和激光相互作用，可以产生更多正负电子对，级联深度也更深。随后我们发现了双束激光在和密度为 $280n_c$ 的薄膜靶等离子体相互作用中，由于 QED 级联效应诱导产生谐波辐射的现象，并对其机制开展了研究。首先我们研究了高密等离子体在双束极强激光形成的驻波场中的相互作用动力学，发现其在中间产生大量正负电子对形成 QED 等离子体的过程。在这期间我们观察到了 5 阶谐波的产生，通过对比分析发现谐波是由 QED 级联效应产生的，主要分布在反射方向，透射方向较少。通过诊断模拟中电流源的产生，我们发现 QED 级联效应可以引起正电子的密度振荡，其产生率为 2 倍和 4 倍激光频率，结合激光对电子和正电子横向速度基频的振荡，最终可以产生 3 阶和 5 阶的谐波成分。当 QED 级联效应在程序中关闭，或者激光强度降低，正负电子对无法大量产生时，谐波成分也随之消失。

以上研究丰富了极强激光与等离子体作用的研究内容，发现了激光等离子体谐波辐射产生在更高光强下的新机制，并且为利用谐波辐射来诊断一些新的极端物理效应提供了新思路。随着国内外数十至百拍瓦激光系统的陆续建成和应用，这些机制有望在不久的将来得到实验验证。

5.2 未来展望

基于目前的研究和发现，我们对未来的工作做如下展望：

首先，如前文所述，我们当前的模拟工作为一些新物理现象如辐射阻尼效应、

QED 级联效应提供了探测和诊断方案，谐波产生不再单纯作为辐射源产生的工具，拓宽了谐波在新物理效应检测方面的应用，但目前还只是理论上的研究。随着未来数十拍瓦甚至百拍瓦大型激光装置的建设和使用，可以利用极强场激光等离子体相互作用中谐波辐射开展相关的实验诊断研究。

其次，我们的工作中仍然存在很多不足。目前的模拟中我们发现谐波强度和阶次都较低、噪音较大，另外目前的方案中，辐射阻尼效应和 QED 效应产生谐波的模拟中谐波探测点均有部分入射激光场残余，给实际操作带来了挑战，可能需要新的实验内容设计或探测诊断方案。模拟中宏观粒子数、模拟时间精度都可以继续增加，以降低数值模拟噪音，另外相关参数如靶表面形状，横向尺寸，激光波形等方面仍然有优化的空间。在高精度和低噪音模拟下，很可能有新的物理现象发现。

最后，如果在我们工作基础上进一步提升光强，或是考虑电子的自旋极化，加入正负电子对湮灭、真空极化、μ 子产生等在更加极端条件下产生的物理过程，此时系统中可能又会产生新的辐射现象。人们对这些新现象的研究会提出新的理论，或者会发现辐射的新特点并开展相关应用。例如在单电子动力学的分析中加入量子辐射阻尼效应和描述相对论运动中电子自旋的 TBMT 方程 (Thomas-Bargmann-Michel-Telegdi equation) [170, 171]，人们发现与磁场反平行自旋的电子在辐射阻尼效应中，会比自旋平行于磁场的电子损失跟多的能量，两种自旋态的对称性遭到破坏。因此在强场中初始自旋态随机分布的电子束在不同方向上呈现非对称的极化 [172]。近年来，关于极化电子或正电子的产生和加速过程引起了人们的广泛兴趣，例如在拉盖尔-高斯模式的涡旋光产生的尾场中，电荷量较高的电子束可以在注入后保持其中约 80% 的极化状态 [173]。在极化正电子加速的研究中，利用电子束驱动的尾场加速种子电子和线偏振激光通过非线性康普顿散射和 BW 过程产生的正电子，可以在 1 mm 的长度内得到角散仅为 20 mrad，极化率为 70% 的极化正电子束。目前已经有根据欧洲极端光设施 (ELI)10 PW 激光参数探测真空极化的理论预测，在双束光对撞中每个发次可以产生 355, 548 个信号光子，但是考虑到背景激光场的影响和较低的激光重复频率，探测到信号光子的概率为 1.614×10^{-2} / 小时 [174]，这预示着能量向物质的直接转化过程可能将得到实验验证。对于除电子外的其他轻子例如 μ 子，在真空中通过隧穿效应产生 μ 子对需要的临界场强为 $F_{cr,\mu}=\rho_\mu^2 E_S=5.6\times10^{20}\,\mathrm{V/cm}$，其中 $\rho_\mu=m_\mu/m_e=207$ 为 μ 子与电子静质量比值 [31]。如此高的光强使得产生 μ 子对异常困难，但是在激光等离子体相互作用中或是高能 X 射线自由电子激光与核碰撞过程中产生 μ 子对是可能的，例如在温度为 $\sim 10\,\mathrm{MeV}$ 的正负电子对等离子体中通过正负电子对的碰撞 [175, 176]，GeV

电子束与高 Z 靶中的韧致转换 [177] 等。这些结果为电子、μ 子及相关中微子的理论研究做出了重要贡献，同时人们也可以畅享这些强场效应下的辐射机制在天体的极端环境中的会迸发出怎样的火花。

总之，强场中的谐波辐射研究会随着激光技术的发展越来越完善，相关理论和实验研究也会越来越成熟，为人们理解极强激光等离子体的相互作用和提供辐射源发挥更大的作用。

附录 A　二维 Gaussian beam 表达式的推导

我们针对自身研究中遇到的一些有关程序使用的技术性问题，为方便将来读者的使用，在本附录中我们将给出二维高斯光束的表达式及其推导。在模拟中，我们经常使用高斯激光作为入射光的波形，高斯激光在实验中也是最容易产生和调控的。一般来说 PIC 模拟程序中通常有两种载入激光的模式，一种是将激光整体放入模拟盒子中，规定传播方向后即可模拟激光的传播，比如另一粒子模拟程序 OSIRIS 中的 zpulse 模块；另一种是通过模拟盒子的边界条件入射，即在边界写好入射激光的方程，由于已经规定了入射边界，传播方向也随之确定，比如 EPOCH 中的激光入射和 OSIRIS 中的 wall 入射模块。在使用 EPOCH 模拟时，可以把入射高斯激光的参数写进输入文件中，使得程序边界载入的就是高斯激光，然后程序通过自身的麦克斯韦方程计算光的传播，就可以得到我们需要的高斯激光。这样就要求我们需要预先知道高斯激光的分布，否则就无法正确写入激光波形。

A.1　无限长高斯激光的表达式

高斯激光的基本形式是纵向（激光传播方向）和横向（电磁场主要偏振方向）包络均为高斯函数形式。常见的 0 阶高斯激光的表达式为：

$$\mathbf{E}(r,z) = E_0\hat{\mathbf{x}}\frac{w_0}{w(z)}\exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right)\exp\left(\mathrm{i}\left(kz + k\frac{r^2}{2R(z)} - \psi(z)\right)\right) \tag{A–1}$$

其中 z 为传播方向，w_0 为 $z=0$ 处的束腰半径，即此处 $|\mathbf{E}|$ 达到峰值 $1/e$ 时对应的半径，相应的 $w(z)$ 为 z 处的束腰半径，$r=\sqrt{x^2+y^2}$ 为横向距离，$k=2\pi/\lambda$ 为波数，$R(z)$ 为 z 处激光波前的曲率半径，$\psi(z)$ 为 Gouy 相位。$w(z)$，$R(z)$ 和 $\psi(z)$ 以及瑞利长度 (Rayleigh length)z_R 的定义如下：

$$w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \tag{A–2a}$$

$$R(z) = z[1+\left(\frac{z_R}{z}\right)^2] \tag{A–2b}$$

$$\psi(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) \tag{A–2c}$$

$$z_R = \frac{\pi {w_0}^2}{\lambda} \tag{A–2d}$$

各个变量表示的物理含义可见图 A–1。如果是向 z 轴正方向传播，则需要在方程 (A–1) 右边加上 $e^{-\mathrm{i}\omega t}$ 项。

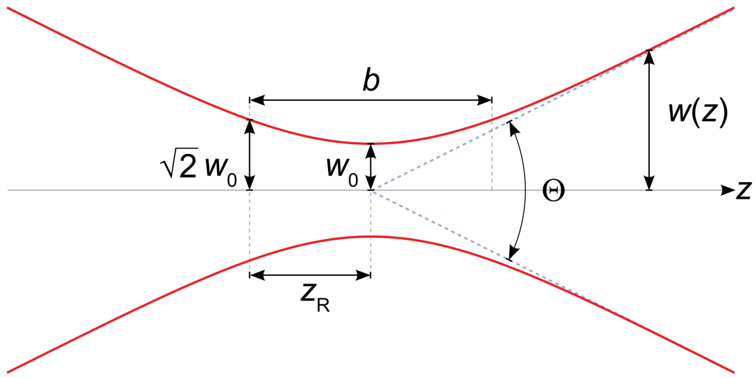

图 A–1 高斯激光参数示意图：腰宽 $x(z)$ 为纵向距离 z 的函数，w_0 为束腰半径，b 为聚焦长度，z_R 为瑞利长度，Θ 为角散。图片来自https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_beam

Figure A–1 Gaussian beam parameter schematic: beam width $x(z)$ as a function of the distance z along the beam. w_0: beam waist; b: depth of focus; z_R: Rayleigh length; Θ: total angular spread.

A.2 无限长高斯激光的表达式的推导

从真空中无源麦克斯韦方程出发，我们有：

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=0 \tag{A–3a}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0 \tag{A–3b}$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \tag{A–3c}$$

$$\nabla\times\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \tag{A–3d}$$

对 (A–3c) 再取旋度，把 (A–3d) 带入，由 $\nabla\times(\nabla\times)=\nabla(\nabla\cdot)-\nabla^2$ 可得关于电场 $\mathbf{E}$ 的波动方程：

$$\nabla^2\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0 \tag{A–4}$$

由于 $\mathbf{E}=\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$，将时间 t 做分离变量，假设 $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(-\mathrm{i}\omega t)$，则方程 (A–4) 简化为：

$$(\nabla^2+k^2)\mathbf{E}(\mathbf{r})=0 \tag{A–5}$$

这是关于电场 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 的亥姆霍兹方程 (Helmholtz equation)。再进一步假设电场沿 z 方向传播并且沿着 $\hat{\mathbf{x}}$ 方向偏振，则有 $\mathbf{E}(\mathbf{r})=\hat{\mathbf{x}}u(\mathbf{r})\exp(\mathrm{i}kz)$，可以将方程 (A–5) 写成关于函数 $u(\mathbf{r})$ 的方程：

$$\nabla_\perp^2 u+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+2\mathrm{i}k\frac{\partial u}{\partial z}=0 \tag{A–6}$$

由于 u 仍然是和 z 有关的，可以看出这里并不是分离变量，而只是一次变量代换。这里 $\nabla_\perp^2$ 是横向的拉普拉斯算符 (Laplacian)。进一步，如果 u 关于 z 的偏导数是慢变的，则可以用到傍轴近似，忽略方程 (A–6) 中的第二项。即如果有条件：

$$\left|\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right| \ll \left|k\frac{\partial u}{\partial z}\right| \tag{A–7}$$

则我们可以认为波矢 $\mathbf{k}$ 和 z 轴夹角可忽略，方程 (A–6) 简化为：

$$\nabla_\perp^2 u + 2\mathrm{i}k\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \tag{A–8}$$

下面我们分二维和三维情况讨论解 u 的具体形式

A.2.1 三维形式

横向的拉普拉斯算符 $\nabla_\perp^2$ 的三维表达式为：

$$\begin{aligned}\nabla_\perp^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\\ &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\end{aligned} \tag{A–9}$$

这里 $r = \sqrt{x^2+y^2}$，仅指横向距离。如果 $u(\mathbf{r}) = u(r,z)$，即 $\partial u/\partial\theta = 0$，$u$ 在横向轴对称，那么我们可以写出 $u(r,z)$ 方程 (A–8) 的精确解：

$$u(r,z) = \exp\left(\Psi(r,z)\right) \tag{A–10a}$$

$$\Psi(r,z) = -\frac{1}{2}\ln\left(1+\alpha^2\right) - \frac{\rho^2}{1+\mathrm{i}\alpha} - \mathrm{i}\tan^{-1}\alpha \tag{A–10b}$$

其中 $\alpha = z/z_R$，$z_R = kw_0^2/2$ 仍然为瑞利长度，$\rho = r/w_0$。将 $\Psi(r,z)$ 表达式带入到 (A–10a) 中得到：

$$\begin{aligned}u(r,z) &= \exp\left(\Psi(r,z)\right)\\ &= \left(1+\alpha^2\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{\rho^2}{1+\mathrm{i}\alpha} - \mathrm{i}\tan^{-1}\alpha\right)\\ &= \left(1+\alpha^2\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{(1-\mathrm{i}\alpha)\rho^2}{(1+\alpha^2)} - \mathrm{i}\tan^{-1}\alpha\right)\\ &= \left(1+\alpha^2\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{\rho^2}{(1+\alpha^2)}\right)\exp\left(\mathrm{i}\left(\frac{\alpha\rho^2}{(1+\alpha^2)} - \tan^{-1}\alpha\right)\right)\end{aligned} \tag{A–11}$$

将上式用 (A–2) 中的变量表达，我们可以得到：

$$u(r,z) = \frac{w_0}{w(z)}\exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right)\exp\left(\mathrm{i}\left(k\frac{r^2}{2R(z)} - \psi(z)\right)\right) \tag{A–12}$$

在 (A–12) 式右边加上波动项 $\exp\left(\mathrm{i}(kz-\omega t)\right)$ 进而得到电场的表达式：

$$\mathbf{E}(r,z,t)=E_0\hat{\mathbf{x}}\frac{w_0}{w(z)}\exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right)\exp\left(\mathrm{i}\left(kz+k\frac{r^2}{2R(z)}-\psi(z)-\omega t\right)\right) \tag{A–13}$$

这和 (A–1) 是吻合的。

A.2.2 二维形式

与三维不同，横向的拉普拉斯算符 $\nabla_\perp^2$ 的二维表达式为：

$$\nabla_\perp^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}=\frac{\partial^2}{\partial r^2} \tag{A–14}$$

这里用 r 代替 x 方便和 (A–9) 对比。相应的，方程 (A–8) 的二维精确解为：

$$u(r,z)=\exp\left(\Psi(r,z)\right) \tag{A–15a}$$

$$\Psi(r,z)=-\frac{1}{4}\ln\left(1+\alpha^2\right)-\frac{\rho^2}{1+\mathrm{i}\alpha}-\frac{1}{2}\mathrm{i}\tan^{-1}\alpha \tag{A–15b}$$

用和三维中相同的推导方法，仍然用 (A–2) 中的变量表达，我们可以得到：

$$u(r,z)=\sqrt{\frac{w_0}{w(z)}}\exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right)\exp\left(\mathrm{i}\left(k\frac{r^2}{2R(z)}-\frac{1}{2}\psi(z)\right)\right) \tag{A–16}$$

在 (A–16) 右边加上波动项 $\exp\left(\mathrm{i}(kz-\omega t)\right)$，可以得到二维高斯激光电场的表达式：

$$\mathbf{E}(r,z,t)=E_0\hat{\mathbf{x}}\sqrt{\frac{w_0}{w(z)}}\exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right)\exp\left(\mathrm{i}\left(kz+k\frac{r^2}{2R(z)}-\frac{1}{2}\psi(z)-\omega t\right)\right) \tag{A–17}$$

将 (A–13) 和 (A–17) 的表达式对比，我们发现振幅项 $w_0/w(z)$ 多了一个根号，以及 Gouy 相位变成了原来的 1/2，这都是由维度效应导致的。

参考文献

[1] MAIMAN T. Stimulated optical radiation in ruby[J/OL]. Nature, 1960, 187: 493-494. https://doi.org/10.1038/187493a0.

[2] MCCLUNG F, HELLWARTH R. Giant optical pulsations from ruby[J/OL]. Journal of Applied Physics, 1962, 33(3): 828-829. https://doi.org/10.1063/1.1777174.

[3] MOCKER H W, COLLINS R. Mode competition and self-locking effects in aq-switched ruby laser[J/OL]. Applied Physics Letters, 1965, 7(10): 270-273. https://doi.org/10.1063/1.1754253.

[4] HERITAGE J, JAIN R. Subpicosecond pulses from a tunable cw mode-locked dye laser[J/OL]. Applied Physics Letters, 1978, 32(2): 101-103. https://doi.org/10.1063/1.89952.

[5] STRICKLAND D, MOUROU G. Compression of amplified chirped optical pulses[J/OL]. Optics Communications, 1985, 55(6): 447-449. https://doi.org/10.1016/0030-4018(85)90151-8.

[6] MOUROU G, TAJIMA T. The extreme light infrastructure: optics’ next horizon[J/OL]. Optics and Photonics News, 2011, 22(7): 47-51. https://doi.org/10.1364/OPN.22.7.000047.

[7] YANOVSKY V, CHVYKOV V, KALINCHENKO G, et al. Ultra-high intensity-300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate.[J/OL]. Optics Express, 2008, 16(3): 2109-2114. https://doi.org/10.1364/OE.16.002109.

[8] YU T J, LEE S K, SUNG J H, et al. Generation of high-contrast, 30 fs, 1.5 PW laser pulses from chirped-pulse amplification Ti: sapphire laser[J/OL]. Optics express, 2012, 20(10): 10807-10815. https://doi.org/10.1364/OE.20.010807.

[9] DUBIETIS A, JONUAUSKAS G, PISKARSKAS A. Powerful femtosecond pulse generation by chirped and stretched pulse parametric amplification in BBO crystal[J/OL]. Optics Communications, 1992, 88(4-6): 437-440. https://doi.org/10.1016/0030-4018(92)90070-8.

[10] MA J, WANG J, YUAN P, et al. Quasi-parametric amplification of chirped pulses based on a Sm 3+-doped yttrium calcium oxyborate crystal[J/OL]. Optica, 2015, 2(11): 1006-1009. https://doi.org/10.1364/OPTICA.2.001006.

[11] 李儒新, 程亚, 冷雨欣, 等. 超快光学与超强激光技术前沿研究[J/OL]. 中国科学: 信息科学, 2016, 46(9): 1236-1254. https://doi.org/10.1360/N112016-00125.

[12] HERNANDEZ-GOMEZ C, BLAKE S, CHEKHLOV O, et al. The vulcan 10 pw project[C/OL]//Journal of Physics: Conference Series:vol. 2443. [S.l. : s.n.], 2010: 032006. https://doi.org/10.1088/1742-6596/244/3/032006.

[13] PAPADOPOULOS D, ZOU J, LE BLANC C, et al. The Apollon 10 PW laser: experimental and theoretical investigation of the temporal characteristics[J/OL]. High Power Laser Science and Engineering, 2016, 4. https://doi.org/10.1017/hpl.2016.34.

[14] GABRIEL F, GIPPNER P, GROSSE E, et al. The Rossendorf radiation source ELBE and its FEL projects[J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, 2000, 161: 1143-1147. https://doi.org/10.1016/S0168-583X(99)00909-X.

[15] BASHINOV A, GONOSKOV A, KIM A, et al. New horizons for extreme light physics with mega-science project XCELS[J/OL]. The European Physical Journal Special Topics, 2014, 223(6): 1105-1112. https://doi.org/10.1140/epjst/e2014-02161-7.

[16] LEEMANS W, DUARTE R, ESAREY E, et al. The berkeley lab laser accelerator (bella): A 10 gev laser plasma accelerator[C/OL]//AIP Conference Proceedings:vol. 12991. [S.l. : s.n.], 2010: 3-11. https://doi.org/10.1063/1.3520352.

[17] GAN Z, YU L, LI S, et al. 200 J high efficiency Ti: sapphire chirped pulse amplifier pumped by temporal dual-pulse[J/OL]. Optics express, 2017, 25(5): 5169-5178. https://doi.org/10.1364/OE.25.005169.

[18] YU L, XU Y, LIU Y, et al. High-contrast front end based on cascaded XPWG and femtosecond OPA for 10-PW-level Ti: sapphire laser[J/OL]. Optics express, 2018, 26(3): 2625-2633. https://doi.org/10.1364/OE.26.002625.

[19] SHEN B, BU Z, XU J, et al. Exploring vacuum birefringence based on a 100 PW laser and an x-ray free electron laser beam[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2018, 60(4): 044002. https://doi.org/10.1088/1361-6587/aaa7fb.

[20] 盛政明, 陈民, 翁苏明, 等. 超短超强激光驱动新型粒子加速器: 机遇和挑战[J/OL]. 物理, 2018, 47(12): 753-762. https://doi.org/10.7693/wl20181201.

[21] MARKLUND M, SHUKLA P K. Nonlinear collective effects in photon-photon and photon-plasma interactions[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2006, 78(2): 591. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.78.591.

[22] DRAKE R P. Introduction to High-Energy-Density Physics[G/OL]//High-Energy-Density Physics. [S.l.]: Springer, 2006: 1-17. https://doi.org/10.1007/3-540-29315-9_1.

[23] WANG F L, PEI X X, HAN B, et al. Laboratory astrophysics with laser-driven strong magnetic fields in China[J/OL]. High Power Laser Science and Engineering, 2016, 4. https://doi.org/10.1017/hpl.2016.27.

[24] ESAREY E, SCHROEDER C, LEEMANS W. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators[J/OL]. Reviews of modern physics, 2009, 81(3): 1229. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.1229.

[25] KRAUSZ F, IVANOV M. Attosecond physics[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(1): 163. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.163.

[26] SCHLENVOIGT H P, HAUPT K, DEBUS A, et al. A compact synchrotron radiation source driven by a laser-plasma wakefield accelerator[J/OL]. Nature Physics, 2008, 4(2): 130. https://doi.org/10.1038/nphys811.

[27] LIU Y, HOUARD A, PRADE B, et al. Terahertz radiation source in air based on bifilamentation of femtosecond laser pulses[J/OL]. Physical Review Letters, 2007, 99(13): 135002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.135002.

[28] BETTI R, HURRICANE O. Inertial-confinement fusion with lasers[J/OL]. Nature Physics, 2016, 12(5): 435. https://doi.org/10.1038/nphys3736.

[29] TAJIMA T, DAWSON J M. Laser electron accelerator[J/OL]. Physical Review Letters, 1979, 43(4): 267. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.43.267.

[30] WILKS S, LANGDON A, COWAN T, et al. Energetic proton generation in ultra-intense laser–solid interactions[J/OL]. Physics of plasmas, 2001, 8(2): 542-549. https://doi.org/10.1063/1.1333697.

[31] DI PIAZZA A, MÜLLER C, HATSAGORTSYAN K, et al. Extremely high-intensity laser interactions with fundamental quantum systems[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2012, 84(3): 1177. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.84.1177.

[32] 李玉同, 廖国前, 赵刚, 等. 强激光高能量密度物理的若干进展和展望[J/OL]. 中国科学: 物理学力学天文学, 2013, 43(7): 795-809. https://doi.org/10.1360/132013-216.

[33] FRANKEN P A, HILL A E, PETERS C W, et al. Generation of Optical Harmonics[J/OL]. Physical Review Letters, 1961, 7: 118-119. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.7.118.

[34] KOHLER M C, PFEIFER T, HATSAGORTSYAN K Z, et al. Frontiers of atomic high-harmonic generation[G/OL]//Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics:vol. 61. [S.l.]: Elsevier, 2012: 159-208. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-396482-3.00004-1.

[35] HARRIS S. Generation of Vacuum-Ultraviolet and Soft—X-Ray Radiation Using High-Order Nonlinear Optical Polarizabilities[J/OL]. Physical Review Letters, 1973, 31(6): 341. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.31.341.

[36] MCPHERSON A, GIBSON G, JARA H, et al. Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases[J/OL]. Journal of the Optical Society of America B, 1987, 4(4): 595-601. https://doi.org/10.1364/JOSAB.4.000595.

[37] CORKUM P B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization[J/OL]. Physical Review Letters, 1993, 71(13): 1994. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.1994.

[38] 李鲁宁. 超短激光脉冲驱动产生高次谐波的理论研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2017.

[39] WINTERFELDT C, SPIELMANN C, GERBER G. Colloquium: Optimal control of high-harmonic generation[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2008, 80(1): 117. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.117.

[40] TEUBNER U, GIBBON P. High-order harmonics from laser-irradiated plasma surfaces[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(2): 445. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.445.

[41] BRUNEL F. Not-so-resonant, resonant absorption[J/OL]. Physical Review Letters, 1987, 59(1): 52. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.52.

[42] QUÉRÉ F, THAURY C, MONOT P, et al. Coherent wake emission of high-order harmonics from overdense plasmas[J/OL]. Physical Review Letters, 2006, 96(12): 125004. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.125004.

[43] BAEVA T, GORDIENKO S, PUKHOV A. Theory of high-order harmonic generation in relativistic laser interaction with overdense plasma[J/OL]. Physical Review E, 2006, 74(4): 046404. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.046404.

[44] BULANOV S V, NAUMOVA N M, PEGORARO F. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an overdense plasma[J/OL]. Physics of Plasmas, 1994, 1(3): 745-757. https://doi.org/10.1063/1.870766.

[45] LICHTERS R, MEYER-TER-VEHN J, PUKHOV A. Short-pulse laser harmonics from oscillating plasma surfaces driven at relativistic intensity[J/OL]. Physics of Plasmas, 1996, 3(9): 3425-3437. https://doi.org/10.1063/1.871619.

[46] DROMEY B, KAR S, BELLEI C, et al. Bright multi-keV harmonic generation from relativistically oscillating plasma surfaces[J/OL]. Physical Review Letters, 2007, 99(8): 085001. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.085001.

[47] DROMEY B, RYKOVANOV S, ADAMS D, et al. Tunable enhancement of high harmonic emission from laser solid interactions[J/OL]. Physical Review Letters, 2009, 102(22): 225002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.225002.

[48] RÖDEL C, an der BRÜGGE D, BIERBACH J, et al. Harmonic generation from relativistic plasma surfaces in ultrasteep plasma density gradients[J/OL]. Physical Review Letters, 2012, 109(12): 125002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.125002.

[49] KAHALY S, MONCHOCÉ S, VINCENTI H, et al. Direct observation of density-gradient effects in harmonic generation from plasma mirrors[J/OL]. Physical Review Letters, 2013, 110(17): 175001. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.175001.

[50] YEUNG M, DROMEY B, ADAMS D, et al. Beaming of high-order harmonics generated from laser-plasma interactions[J/OL]. Physical Review Letters, 2013, 110(16): 165002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.165002.

[51] LIU C, SHEN B, ZHANG X, et al. Generation of ultra-intense gamma-ray train by QED harmonics[J/OL]. Physics of Plasmas, 2016, 23(8): 083120. https://doi.org/10.1063/1.4961237.

[52] TANG S, KUMAR N, KEITEL C H. Plasma high-order-harmonic generation from ultraintense laser pulses[J/OL]. Physical Review E, 2017, 95(5): 051201. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.051201.

[53] BURNETT N, BALDIS H, RICHARDSON M, et al. Harmonic generation in CO_2 laser target interaction[J/OL]. Applied Physics Letters, 1977, 31(3): 172-174. https://doi.org/10.1063/1.89628.

[54] BEZZERIDES B, JONES R, FORSLUND D. Plasma Mechanism for Ultraviolet Harmonic Radiation Due to Intense CO_2 Light[J/OL]. Physical Review Letters, 1982, 49(3): 202. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.202.

[55] BOURDIER A. Oblique incidence of a strong electromagnetic wave on a cold inhomogeneous electron plasma. Relativistic effects[J/OL]. The Physics of fluids, 1983, 26(7): 1804-1807. https://doi.org/10.1063/1.864355.

[56] GIBBON P. Harmonic generation by femtosecond laser-solid interaction: a coherent “water-window” light source?[J/OL]. Physical Review Letters, 1996, 76(1): 50. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.76.50.

[57] GORDIENKO S, PUKHOV A, SHOROKHOV O, et al. Relativistic Doppler effect: Universal spectra and zeptosecond pulses[J/OL]. Physical Review Letters, 2004, 93(11): 115002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.115002.

[58] SHENG Z M, MIMA K, ZHANG J. Powerful terahertz emission from laser wake fields excited in inhomogeneous plasmas[J/OL]. Physics of Plasmas, 2005, 12(12): 123103. https://doi.org/10.1063/1.2136107.

[59] THAURY C, QUÉRÉ F, GEINDRE J P, et al. Plasma mirrors for ultrahigh-intensity optics[J/OL]. Nature Physics, 2007, 3(6): 424. https://doi.org/10.1038/nphys595.

[60] MALVACHE A, BOROT A, QUÉRÉ F, et al. Coherent wake emission spectroscopy as a probe of steep plasma density profiles[J/OL]. Physical Review E, 2013, 87(3): 035101. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.035101.

[61] An der BRÜGGE D, PUKHOV A. Enhanced relativistic harmonics by electron nanobunching[J]. Physics of Plasmas, 2010, **17**(3): 033110.

[62] DROMEY B, RYKOVANOV S, YEUNG M, et al. Coherent synchrotron emission from electron nanobunches formed in relativistic laser–plasma interactions[J/OL]. Nature Physics, 2012, 8(11): 804. https://doi.org/10.1038/nphys2439.

[63] COUSENS S, REVILLE B, DROMEY B, et al. Temporal structure of attosecond pulses from laser-driven coherent synchrotron emission[J/OL]. Physical Review Letters, 2016, 116(8): 083901. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.083901.

[64] XU X, QIAO B, CHANG H, et al. Coherent synchrotron emission in transmission with double foil target[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2018, 60(4): 045005. https://doi.org/10.1088/1361-6587/aaa57d.

[65] GONOSKOV A A, KORZHIMANOV A V, KIM A V, et al. Ultrarelativistic nanoplasmonics as a route towards extreme-intensity attosecond pulses[J/OL]. Physical Review E, 2011, 84(4): 046403. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.046403.

[66] GONOSKOV A. Theory of relativistic radiation reflection from plasmas[J/OL]. Physics of Plasmas, 2018, 25(1): 013108. https://doi.org/10.1063/1.5000785.

[67] GONOSKOV A, WALLIN E, POLOVINKIN A, et al. Employing machine learning for theory validation and identification of experimental conditions in laser-plasma physics[J/OL]. Scientific Reports, 2019, 9(1): 7043. https://doi.org/10.1038/s41598-019-43465-3.

[68] JACKSON J D. Classical Electrodynamics[M]. [S.l.]: World Scientific, 1998.

[69] CORDE S, PHUOC K T, LAMBERT G, et al. Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2013, 85(1): 1. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.85.1.

[70] NAROZHNY N, FEDOTOV A. Extreme light physics[J/OL]. Contemporary Physics, 2015, 56(3): 249-268. https://doi.org/10.1080/00107514.2015.1028768.

[71] DI PIAZZA A, HATSAGORTSYAN K, KEITEL C H. Quantum radiation reaction effects in multiphoton compton scattering[J/OL]. Physical review letters, 2010, 105(22): 220403. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.220403.

[72] RITUS V I. Quantum effects of the interaction of elementary particles with an intense electromagnetic field[J/OL]. Journal of Soviet Laser Research, 1985, 6(5): 497. https://doi.org/10.1007/BF01120220.

[73] KLAUBER R D. Student friendly quantum field theory: basic principles & quantum electrodynamics[M]. [S.l.]: Sandtrove Press, 2013.

[74] VRANIC M, MARTINS J L, FONSECA R A, et al. Classical radiation reaction in particle-in-cell simulations[J/OL]. Computer Physics Communications, 2016, 204: 141-151. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.04.002.

[75] ABRAHAM M. Theorie der Elektrizität[M]. [S.l.]: BG Teubner, 1905.

[76] DIRAC P A M. Classical theory of radiating electrons[J/OL]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 1938, 167(929): 148-169. https://doi.org/10.1098/rspa.1938.0124.

[77] FERRIS M R, GRATUS J. The origin of the Schott term in the electromagnetic self force of a classical point charge[J/OL]. Journal of Mathematical Physics, 2011, 52(9): 092902. https://doi.org/10.1063/1.3635377.

[78] KHOKONOV M K. On the quantum interpretation of the classical Schott term in the theory of radiation damping[J/OL]. Physics Letters B, 2019, 791: 281-286. https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.02.034.

[79] LANDAU L D, LIFSHITZ E M. The classical theory of fields[M]. [S.l.]: Elsevier, 1975.

[80] DI PIAZZA A. Exact solution of the Landau-Lifshitz equation in a plane wave[J/OL]. Letters in Mathematical Physics, 2008, 83(3): 305-313. https://doi.org/10.1007/s11005-008-0228-9.

[81] BAYLIS W, HUSCHILT J. Energy balance with the Landau–Lifshitz equation[J/OL]. Physics Letters A, 2002, 301(1-2): 7-12. https://doi.org/10.1016/S0375-9601(02)00963-5.

[82] HAMMOND R T. Relativistic Particle Motion and Radiation Reaction in Electrodynamics.[J]. Electronic Journal of Theoretical Physics, 2010, 7(23).

[83] FORD G, O'CONNELL R. Radiation reaction in electrodynamics and the elimination of runaway solutions[J/OL]. Physics Letters A, 1991, 157(4-5): 217-220. https://doi.org/10.1016/0375-9601(91)90054-C.

[84] MO T C, PAPAS C. New equation of motion for classical charged particles[J/OL]. Physical Review D, 1971, 4(12): 3566. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.4.3566.

[85] STEIGER A D, WOODS C H. Intensity-dependent propagation characteristics of circularly polarized high-power laser radiation in a dense electron plasma[J/OL]. Physical Review A, 1972, 5(3): 1467. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.5.1467.

[86] HARTEMANN F, LUHMANN JR N. Classical electrodynamical derivation of the radiation damping force[J/OL]. Physical Review Letters, 1995, 74(7): 1107. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.1107.

[87] YAGHJIAN A. Relativistic Dynamics of a Charged Sphere (Lecture Notes in Physics Monographs vol 11)[Z]. 1992.

[88] HAMMOND R T. New approach to radiation reaction in classical electrodynamics[J]. ArXiv preprint arXiv:0902.4231, 2009.

[89] SOKOLOV I V, NAUMOVA N M, NEES J A, et al. Dynamics of emitting electrons in strong laser fields[J/OL]. Physics of Plasmas, 2009, 16(9): 093115. https://doi.org/10.1063/1.3236748.

[90] SOKOLOV I. Renormalization of the Lorentz-Abraham-Dirac equation for radiation reaction force in classical electrodynamics[J/OL]. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2009, 109(2): 207-212. https://doi.org/10.1134/S1063776109080044.

[91] BURTON D A, NOBLE A. Aspects of electromagnetic radiation reaction in strong fields[J/OL]. Contemporary Physics, 2014, 55(2): 110-121. https://doi.org/10.1080/00107514.2014.886840.

[92] KIRK J G, BELL A, ARKA I. Pair production in counter-propagating laser beams[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2009, 51(8): 085008. https://doi.org/10.1088/0741-3335/51/8/085008.

[93] ESIRKEPOV T Z, BULANOV S S, KOGA J K, et al. Attractors and chaos of electron dynamics in electromagnetic standing waves[J/OL]. Physics Letters A, 2015, 379(36): 2044-2054. http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2015.06.017.

[94] RIDGERS C P, KIRK J G, DUCLOUS R, et al. Modelling gamma-ray photon emission and pair production in high-intensity laser–matter interactions[J/OL]. Journal of Computational Physics, 2014, 260: 273-285. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.12.007.

[95] THOMAS A, RIDGERS C, BULANOV S, et al. Strong radiation-damping effects in a gamma-ray source generated by the interaction of a high-intensity laser with a wakefield-accelerated electron beam[J/OL]. Physical Review X, 2012, 2(4): 041004. https://doi.org/10.1103/PhysRevX.2.041004.

[96] 袁韬. 超强激光和固体靶作用产生正负电子对的研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2018.

[97] ILDERTON A, TORGRIMSSON G. Radiation reaction in strong field QED[J/OL]. Physics Letters B, 2013, 725(4-5): 481-486. https://doi.org/10.1016/j.physletb.2013.07.045.

[98] ILDERTON A, TORGRIMSSON G. Radiation reaction from QED: Lightfront perturbation theory in a plane wave background[J/OL]. Physical Review D, 2013, 88(2): 025021. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.025021.

[99] KAZINSKI P, SHIPULYA M. Asymptotics of physical solutions to the Lorentz-Dirac equation for planar motion in constant electromagnetic fields[J/OL]. Physical Review E, 2011, 83(6): 066606. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.066606.

[100] KRAVETS Y, NOBLE A, JAROSZYNSKI D. Radiation reaction effects on the interaction of an electron with an intense laser pulse[J/OL]. Physical Review E, 2013, 88(1): 011201. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.88.011201.

[101] DI PIAZZA A, HATSAGORTSYAN K, KEITEL C. Strong signatures of radiation reaction below the radiation-dominated regime[J/OL]. Physical Review Letters, 2009, 102(25): 254802. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.254802.

[102] FEDOTOV A, ELKINA N, GELFER E, et al. Radiation friction versus ponderomotive effect[J/OL]. Physical Review A, 2014, 90(5): 053847. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.053847.

[103] NOBLE A, BURTON D, GRATUS J, et al. A kinetic model of radiating electrons[J/OL]. Journal of Mathematical Physics, 2013, 54(4): 043101. https://doi.org/10.1063/1.4798796.

[104] TAMBURINI M, PEGORARO F, DI PIAZZA A, et al. Radiation reaction effects on electron nonlinear dynamics and ion acceleration in laser–solid interaction[J/OL]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2011, 653(1): 181-185. https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.12.056.

[105] YOFFE S R, KRAVETS Y, NOBLE A, et al. Longitudinal and transverse cooling of relativistic electron beams in intense laser pulses[J/OL]. New Journal of Physics, 2015, 17(5): 053025. https://doi.org/10.1088/1367-2630/17/5/053025.

[106] CHEN M, PUKHOV A, YU T P, et al. Radiation reaction effects on ion acceleration in laser foil interaction[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2010, 53(1): 014004. https://doi.org/10.1088/0741-3335/53/1/014004.

[107] HARVEY C, GONOSKOV A, ILDERTON A, et al. Quantum quenching of radiation losses in short laser pulses[J/OL]. Physical Review Letters, 2017, 118(10): 105004. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.105004.

[108] DUCLOUS R, KIRK J G, BELL A R. Monte Carlo calculations of pair production in high-intensity laser–plasma interactions[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2011, 53(1): 015009. https://doi.org/10.1088/0741-3335/53/1/015009.

[109] SHEN C, WHITE D. Energy straggling and radiation reaction for magnetic bremsstrahlung[J/OL]. Physical Review Letters, 1972, 28(7): 455. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.28.455.

[110] TAMBURINI M, LISEYKINA T, PEGORARO F, et al. Radiation-pressure-dominant acceleration: Polarization and radiation reaction effects and energy increase in three-dimensional simulations[J/OL]. Physical Review E, 2012, 85(1): 016407. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.85.016407.

[111] GONOSKOV A, BASHINOV A, GONOSKOV I, et al. Anomalous radiative trapping in laser fields of extreme intensity[J/OL]. Physical Review Letters, 2014, 113(1): 014801. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.014801.

[112] LISEYKINA T, POPRUZHENKO S, MACCHI A. Inverse Faraday effect driven by radiation friction[J/OL]. New Journal of Physics, 2016, 18(7): 072001. https://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/18/7/072001.

[113] COLE J, BEHM K, GERSTMAYR E, et al. Experimental evidence of radiation reaction in the collision of a high-intensity laser pulse with a laser-wakefield accelerated electron beam[J/OL]. Physical Review X, 2018, 8(1): 011020. https://doi.org/10.1103/PhysRevX.8.011020.

[114] LIANG E P, WILKS S C, TABAK M. Pair production by ultraintense lasers[J/OL]. Physical Review Letters, 1998, 81(22): 4887. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.4887.

[115] NAKASHIMA K, TAKABE H. Numerical study of pair creation by ultraintense lasers[J/OL]. Physics of Plasmas, 2002, 9(5): 1505-1512. https://doi.org/10.1063/1.1464145.

[116] BETHE H, HEITLER W. On the stopping of fast particles and on the creation of positive electrons[J/OL]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 1934, 146(856): 83-112. https://doi.org/10.1098/rspa.1934.0140.

[117] BREIT G, WHEELER J A. Collision of two light quanta[J/OL]. Physical Review, 1934, 46(12): 1087. https://doi.org/10.1103/PhysRev.46.1087.

[118] SCHWINGER J. On gauge invariance and vacuum polarization[J/OL]. Physical Review, 1951, 82(5): 664. https://doi.org/10.1103/PhysRev.82.664.

[119] FEDOTOV A, NAROZHNY N, MOUROU G, et al. Limitations on the attainable intensity of high power lasers[J/OL]. Physical review letters, 2010, 105(8): 080402. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.080402.

[120] BASHMAKOV V, NERUSH E, KOSTYUKOV I Y, et al. Effect of laser polarization on quantum electrodynamical cascading[J/OL]. Physics of Plasmas, 2014, 21(1): 013105. https://doi.org/10.1063/1.4861863.

[121] BRADY C, RIDGERS C, ARBER T, et al. Synchrotron radiation, pair production, and longitudinal electron motion during 10-100 PW laser solid interactions[J/OL]. Physics of Plasmas, 2014, 21(3): 033108. https://doi.org/10.1063/1.4869245.

[122] CHANG H, QIAO B, HUANG T, et al. Brilliant petawatt gamma-ray pulse generation in quantum electrodynamic laser-plasma interaction[J/OL]. Scientific Reports, 2017, 7: 45031. https://doi.org/10.1038/srep45031.

[123] GONG Z, HU R, SHOU Y, et al. High-efficiency γ-ray flash generation via multiple-laser scattering in ponderomotive potential well[J/OL]. Physical Review E, 2017, 95(1): 013210. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.013210.

[124] ZHU X L, YIN Y, YU T P, et al. Ultra-bright, high-energy-density γ-ray emission from a gas-filled gold cone-capillary[J/OL]. Physics of Plasmas, 2015, 22(9): 093109. https://doi.org/10.1063/1.4930117.

[125] LONG T, ZHOU C, HUANG T, et al. All-optical generation of petawatt gamma radiation via inverse Compton scattering from laser interaction with tube target[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2019, 61(8): 085002. https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab210c.

[126] WANG H, LIU B, YAN X, et al. Gamma-ray emission in near critical density plasmas at laser intensities of 1021 W/cm2[J/OL]. Physics of Plasmas, 2015, 22(3): 033102. https://doi.org/10.1063/1.4913991.

[127] SARRI G, SCHUMAKER W, DI PIAZZA A, et al. Table-top laser-based source of femtosecond, collimated, ultrarelativistic positron beams[J/OL]. Physical Review Letters, 2013, 110(25): 255002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.255002.

[128] CHEN H, WILKS S C, BONLIE J D, et al. Relativistic positron creation using ultraintense short pulse lasers[J/OL]. Physical Review Letters, 2009, 102(10): 105001. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.105001.

[129] BURKE D, FIELD R, HORTON-SMITH G, et al. Positron production in multiphoton light-by-light scattering[J/OL]. Physical Review Letters, 1997, 79(9): 1626. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.1626.

[130] RIDGERS C, BRADY C S, DUCLOUS R, et al. Dense electron-positron plasmas and ultraintense γ rays from laser-irradiated solids[J/OL]. Physical Review Letters, 2012, 108(16): 165006. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.165006.

[131] RIDGERS C, BRADY C, DUCLOUS R, et al. Dense electron-positron plasmas and bursts of gamma-rays from laser-generated quantum electrodynamic plasmas[J/OL]. Physics of Plasmas, 2013, 20(5): 056701. https://doi.org/10.1063/1.4801513.

[132] MIRONOV A, NAROZHNY N, FEDOTOV A. Collapse and revival of electromagnetic cascades in focused intense laser pulses[J/OL]. Physics Letters A, 2014, 378(44): 3254-3257. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2014.09.058.

[133] MIRONOV A, FEDOTOV A, NAROZHNY N. Observable features of QED cascades in collisions of gev electrons with intense laser pulses[C/OL]//Journal of Physics: Conference Series:vol. 8261. [S.l. : s.n.], 2017: 012029. https://doi.org/10.1088/1742-6596/826/1/012029.

[134] GRISMAYER T, VRANIC M, MARTINS J L, et al. Seeded QED cascades in counterpropagating laser pulses[J/OL]. Physical Review E, 2017, 95(2): 023210. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.023210.

[135] BELL A R, KIRK J G. Possibility of prolific pair production with high-power lasers[J/OL]. Physical Review Letters, 2008, 101(20): 200403. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.200403.

[136] JIRKA M, KLIMO O, BULANOV S, et al. Electron dynamics and γ and e-e+ production by colliding laser pulses[J/OL]. Physical Review E, 2016, 93(2): 023207. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.023207.

[137] GELFER E, MIRONOV A, FEDOTOV A, et al. Optimized multibeam configuration for observation of QED cascades[J/OL]. Physical Review A, 2015, 92(2): 022113. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.022113.

[138] JIRKA M, KLIMO O, VRANIC M, et al. QED cascade with 10 PW-class lasers[J/OL]. Scientific Reports, 2017, 7(1): 1-7. https://doi.org/10.1038/s41598-017-15747-1.

[139] ZHU X L, YU T P, SHENG Z M, et al. Dense GeV electron–positron pairs generated by lasers in near-critical-density plasmas[J/OL]. Nature communications, 2016, 7(1): 1-8. https://doi.org/10.1038/ncomms13686.

[140] 邵福球. 等离子体粒子模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2002.

[141] 吉亮亮. 基于超短超强激光的离子加速与极端光场产生[D]. 上海: 中国科学院研究生院, 2011.

[142] 陈民, 盛政明, 郑君, 等. 粒子模拟程序的发展及其在激光等离子体相互作用研究中的应用[J/OL]. 计算物理, 2008, 25(1): 43-50. https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-246X.2008.01.007.

[143] BELL A. Computational simulation of plasmas[J/OL]. Astrophysics and Space Science, 1997, 256(1-2): 13-35. https://doi.org/10.1023/A:1001112314064.

[144] ARBER T D, BENNETT K, BRADY C S, et al. Contemporary particle-in-cell approach to laser-plasma modelling[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2015, 57(11): 113001. https://doi.org/10.1088/0741-3335/57/11/113001.

[145] GERMASCHEWSKI K, FOX W, ABBOTT S, et al. The Plasma Simulation Code: A modern particle-in-cell code with patch-based load-balancing[J/OL]. Journal of Computational Physics, 2016, 318: 305-326. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.05.013.

[146] ELKINA N, FEDOTOV A, KOSTYUKOV I Y, et al. QED cascades induced by circularly polarized laser fields[J/OL]. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams, 2011, 14(5): 054401. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.14.054401.

[147] NERUSH E, BASHMAKOV V, KOSTYUKOV I Y. Analytical model for electromagnetic cascades in rotating electric field[J/OL]. Physics of Plasmas, 2011, 18(8): 083107. https://doi.org/10.1063/1.3624481.

[148] FURRY W. On bound states and scattering in positron theory[J/OL]. Physical Review, 1951, 81(1): 115. https://doi.org/10.1103/PhysRev.81.115.

[149] GONOSKOV A, BASTRAKOV S, EFIMENKO E, et al. Extended particle-in-cell schemes for physics in ultrastrong laser fields: Review and developments[J/OL]. Physical Review E, 2015, 92(2): 023305. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.023305.

[150] VRANIC M, GRISMAYER T, MARTINS J L, et al. Particle merging algorithm for PIC codes[J/OL]. Computer Physics Communications, 2015, 191: 65-73. https://doi.org/10.1016/j.cpc.2015.01.020.

[151] SHENG Z M, MIMA K, ZHANG J, et al. Emission of electromagnetic pulses from laser wakefields through linear mode conversion[J/OL]. Physical Review Letters, 2005, 94(9): 095003. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.095003.

[152] BOYD T, ONDARZA-ROVIRA R. Plasma line emission from short pulse laser interactions with dense plasmas[J/OL]. Physical review letters, 2000, 85(7): 1440. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.1440.

[153] LIAO G Q, LI Y T, ZHANG Y H, et al. Demonstration of coherent terahertz transition radiation from relativistic laser-solid interactions[J/OL]. Physical Review Letters, 2016, 116(20): 205003. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.205003.

[154] PUKHOV A, AN DER BRÜGGE D, KOSTYUKOV I. Relativistic laser plasmas for electron acceleration and short wavelength radiation generation[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2010, 52(12): 124039. https://doi.org/10.1088/0741-3335/52/12/124039.

[155] DROMEY B, COUSENS S, RYKOVANOV S, et al. Coherent synchrotron emission in transmission from ultrathin relativistic laser plasmas[J/OL]. New Journal of Physics, 2013, 15(1): 015025. https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/1/015025.

[156] YEUNG M, DROMEY B, COUSENS S, et al. Dependence of laser-driven coherent synchrotron emission efficiency on pulse ellipticity and implications for polarization gating[J/OL]. Physical Review Letters, 2014, 112(12): 123902. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.123902.

[157] MA W, BIN J, WANG H, et al. Bright subcycle extreme ultraviolet bursts from a single dense relativistic electron sheet[J/OL]. Physical Review Letters, 2014, 113(23): 235002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.235002.

[158] NAUMOVA N, SOKOLOV I, NEES J, et al. Attosecond electron bunches[J/OL]. Physical Review Letters, 2004, 93(19): 195003. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.195003.

[159] POPOV K, BYCHENKOV V Y, ROZMUS W, et al. Vacuum electron acceleration by tightly focused laser pulses with nanoscale targets[J/OL]. Physics of Plasmas, 2009, 16(5): 053106. https://doi.org/10.1063/1.3139255.

[160] JI L, PUKHOV A, KOSTYUKOV I Y, et al. Radiation-reaction trapping of electrons in extreme laser fields[J/OL]. Physical Review Letters, 2014, 112(14): 145003. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.145003.

[161] YUAN T, YU J, LIU W, et al. Spatiotemporal distributions of pair production and cascade in solid targets irradiated by ultra-relativistic lasers with different polarizations[J/OL]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2018, 60(6): 065003. https://doi.org/10.1088/1361-6587/aab3ba.

[162] YUAN T, CHEN M, YU J, et al. Target transverse size and laser polarization effects on pair production during ultra-relativistic-intense laser interaction with solid targets[J/OL]. Physics of Plasmas, 2017, 24(6): 063104. https://doi.org/10.1063/1.4985306.

[163] LI G, YAN R, REN C, et al. Three-dimensional particle-in-cell simulations of laser channeling in fast ignition[J/OL]. Physics of Plasmas, 2011, 18(4): 042703. https://doi.org/10.1063/1.3574899.

[164] LI G, YAN R, REN C, et al. Laser channeling in millimeter-scale underdense plasmas of fast-ignition targets[J/OL]. Physical Review Letters, 2008, 100(12): 125002. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.125002.

[165] KAPTEYN H C, MURNANE M M, CHRISTOV I P. Extreme nonlinear optics: coherent x rays from lasers[J/OL]. Physics Today, 2005, 58(3): 39-46. https://doi.org/10.1063/1.1897563.

[166] LIU W, LUO W, YUAN T, et al. Enhanced pair plasma generation in the relativistic transparency regime[J/OL]. Physics of Plasmas, 2017, 24(10): 103130. https://doi.org/10.1063/1.5001457.

[167] LUO W, LIU W Y, YUAN T, et al. QED cascade saturation in extreme high fields[J/OL]. Scientific Reports, 2018, 8(1): 8400. https://doi.org/10.1038/s41598-018-26785-8.

[168] CHANG H X, QIAO B, XU Z, et al. Generation of overdense and high-energy electron-positron-pair plasmas by irradiation of a thin foil with two ultraintense lasers[J/OL]. Physical Review E, 2015, 92(5): 053107. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.053107.

[169] BAUMANN C, PUKHOV A. Influence of e^-e^+ creation on the radiative trapping in ultraintense fields of colliding laser pulses[J/OL]. Physical Review E, 2016, 94(6): 063204. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.063204.

[170] THOMAS L H. The motion of the spinning electron[J/OL]. Nature, 1926, 117(2945): 514-514. https://doi.org/10.1038/117514a0.

[171] BARGMANN V, MICHEL L, TELEGDI V. Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field[J/OL]. Physical Review Letters, 1959, 2(10): 435. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.2.435.

[172] GENG X, JI L, SHEN B, et al. Spin-dependent radiative deflection in the quantum radiation-reaction regime[J/OL]. New Journal of Physics, 2020, 22(1): 013007. https://doi.org/10.1088/1367-2630/ab623b.

[173] WU Y, JI L, GENG X, et al. Polarized electron-beam acceleration driven by vortex laser pulses[J/OL]. New Journal of Physics, 2019, 21(7): 073052. https://doi.org/10.1088/1367-2630/ab2fd7.

[174] KARBSTEIN F. Probing vacuum polarization effects with high-intensity lasers[J/OL]. Particles, 2020, 3(1): 39-61. https://doi.org/10.3390/particles3010005.

[175] KUZNETSOVA I, HABS D, RAFELSKI J. Pion and muon production in e^-, e^+, γ plasma[J/OL]. Physical Review D, 2008, 78(1): 014027. https://doi.org/10.1103/PhysRevD.78.014027.

[176] THOMA M H. Colloquium: Field theoretic description of ultrarelativistic electron-positron plasmas[J/OL]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(3): 959. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.959.

[177] TITOV A, KÄMPFER B, TAKABE H. Dimuon production by laser-wakefield accelerated electrons[J/OL]. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams, 2009, 12(11): 111301. https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.12.111301.

致 谢

从开世博会时来到上海开始大学生涯算，到今年正好十年。时光匆匆，岳鹏举有诗云：莫等闲，白了少年头，空悲切。在我们这群博士看来，更加值得勉励的是莫等闲，秃了少年头，空悲切。今年又算是极为特殊的一年，突发的新冠疫情打破了人们固有的生活节奏，我的毕业论文大部分章节都是在家完成的。很惭愧，只做了一点微小的工作，在博士论文完成之际，我想感谢这些年来给予过我帮助和力量的人们。

首先我要感谢的是我的恩师陈民老师。陈老师给人的感觉是充满能量，眉宇间透露着少年的英气，可能和他曾经就读的少年班有关。这些年来，陈老师治学严谨，完全符合古人对于为师者传道受业解惑的解读。我记忆最深刻的是有一天下午，陈老师让我和袁韬师兄去他办公室，他在白板上给我们详细解释 PIC 程序中不同核计算区域的划分。虽然是一个看似简单的问题，但是没有陈老师的指点，我们的理解力不足以解决当时的问题。陈老师的工作精神和态度是值得我们所有学生学习的，无论工作日还是假期，他总是很早就到办公室，敞开大门，我们随时有问题都可以去交流。陈老师不仅操心大家的学业，对学生们的生活也非常关心，以身作则，在实验室旁边的健步道上经常能看见他的身影。在今后的人生旅途中，我也会以陈老师这样的态度和精神为榜样激励自己。

我还要感谢我们组的盛政明老师。盛老师算是将我带入激光等离子体学科的领路人，他平时工作繁忙，但是我作为新学生找他交流时他仍然抽出时间，和我介绍了很多这一领域的研究内容。从他的语气和眼神中我看到了一个科研工作者对自己领域的热爱。随后的日子里盛老师从没有因为工作繁忙和距离遥远就疏于对学生的指导和关心，无论名义上是谁的学生，盛老师都会用他多年的经验详细交流讨论，我想这也是他桃李满天下的原因之一。

此外我还要感谢翁苏明，罗文老师，在我遇到困难停滞不前时，给予最坚定的支持和鼓励。他们即是我们的老师，作为模范 80 后也是我们 90 后的榜样。感谢远晓辉、何峰、於陆勒、黄芙蓉、刘源等老师对实验室的贡献和对我的帮助，让大家能有安定平和的科研环境，让整个实验室充满温度。

感谢许通、曾明、罗辑师兄在我还是新生时给予的帮助，感谢王慧超、赵耀、张国博师兄，感谢在 308 奋斗过的崔森、李志超、沈众辰、王有元、肖瀚、朱兴龙、董善思、陈真、陈翔、许亮、祝昕哲、蒋旭艳、安相炎等小伙伴，感谢理论组郑小龙、赵前、张高维、李博原、岳东宁、王圆香、罗木飞、马行行、赵瀚之、黄

建等同学，尤其是王慧超，赵前，黄建和赵瀚之的奉献使大家有稳定的计算资源可以使用。特别感谢袁韬师兄和刘维媛师妹，在同一课题下讨论和学习的日子是学生时代最美好的回忆之一。

感谢女友沈维嘉，每当我被简单的问题困住而抓狂时，她的安慰让我放下急躁焦虑的心态静心思考每一个程序的细节；每当我面对看似复杂的现状毫无头绪时，她的鼓励和支持让我有勇气迎难而上。感谢人生旅途有你的陪伴，未来道阻且跻，愿携手共度。

感谢养育了我多年的父母，他们都是最普通的共和国工人，受时代所限学历不高，但是给家庭创造良好环境，给子女最优质教育的朴素思想从未改变，正是他们无私的爱使我砥砺前行。我还要感谢小姨一家和三叔一家在我成长道路上给予的帮助和肯定，没有他们的鼓舞可能我会少一份动力。

谨以此文感谢所有人，所有事。

攻读博士学位期间已发表或录用的论文

[1] **Yu J Y**, Yuan T, Liu W Y, Chen M, Luo W, Weng S M and Sheng Z M. QED effects induced harmonics generation in extreme intense laser foil interaction[J]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2018, **60**:044011.

[2] **Yu J Y**, Chen M, Liu W Y, Weng S M and Sheng Z M. Radiation reaction induced harmonics generation in ultra-relativistic intense laser interaction with plasmas[J]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2020, **62**:055001.

[3] Yuan T, **Yu J Y**, Liu W Y, Weng S M, Yuan X H, Luo W, Chen M, Sheng Z M and Zhang J. Spatiotemporal distributions of pair production and cascade in solid targets irradiated by ultra-relativistic lasers with different polarizations[J]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2018, **60**:065003.

[4] Yuan T, Chen M, **Yu J Y**, Liu W Y, Luo W, Weng S M and Sheng Z M. Target transverse size and laser polarization effects on pair production during ultra-relativistic-intense laser interaction with solid targets[J]. Physics of Plasmas, 2017, **24**:063104.

[5] Liu W Y, Luo W, Yuan T, **Yu J Y**, Chen M and Sheng Z M. Enhanced pair plasma generation in the relativistic transparency regime[J]. Physics of Plasmas, 2017, **24**:103130.

[6] Liu W Y, Luo W, Yuan T, **Yu J Y** and Chen M. Dense pair plasma generation and its modulation dynamics in counter-propagating laser field[J]. Chinese Physics B, 2018, **27**:105202.